Obtendo Concorrência Mínima através de Ciclos Máximos sob a dinâmica de Escalonamento por Reversão de Arestas

Carlos Eduardo Marciano

Orientadores: Felipe M. G. França & Luidi G. Simonetti

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Defesa de Monografia

cemarciano@poli.ufrj.br

https://cemarciano.github.io

Roteiro

Motivação

- O *Jantar dos Filósofos:* proposto por *Edsger Dijkstra* em 1965 para ilustrar *deadlocks, starvation* e condições de corrida.
- Variante com dois estados possíveis: "comendo" (consumindo recursos) ou "com fome" (pronto para comer).

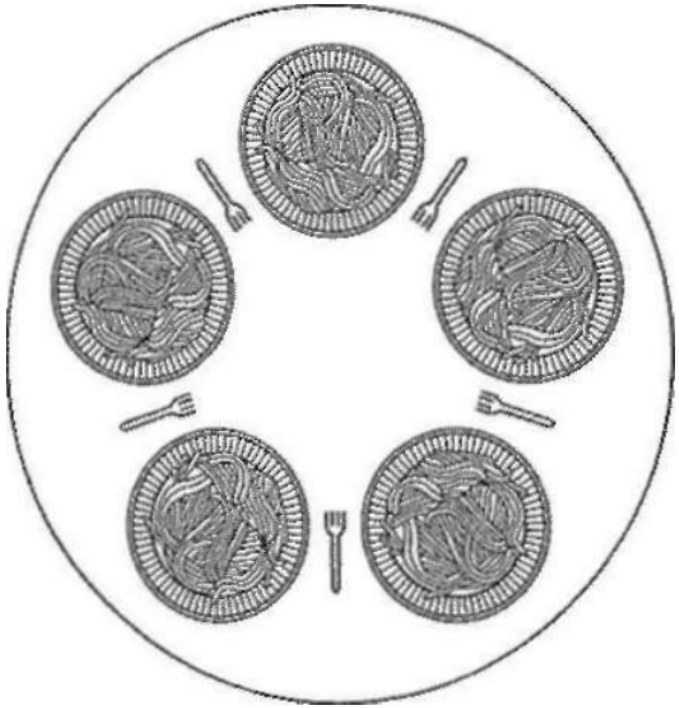


Figura 1:
O *Jantar dos Filósofos* [1].

Grafo de Recursos

- Nós codificam processos a serem escalonados.
- Arestas representam recursos compartilhados entre dois nós.
- Como escalonar nós a fim de garantir justiça e prevenir problemas clássicos de escalonamento?

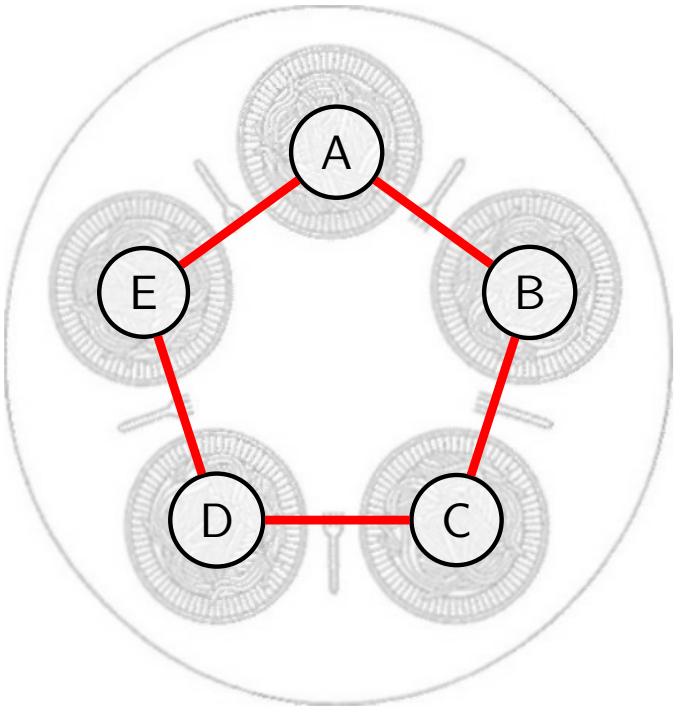


Figura 2: Grafo de recursos para o *Jantar dos Filósofos.*

Escalonamento por Reversão de Arestas *(SER) [2]*

- Solução distribuída para sistemas de alta carga restringidos pela vizinhança.
- Orientação acíclica: *sumidouros* operam ao mesmo tempo e revertem suas arestas, formando novos *sumidouros*.
- Justiça: nós operam um mesmo número de vezes dentro de um período.

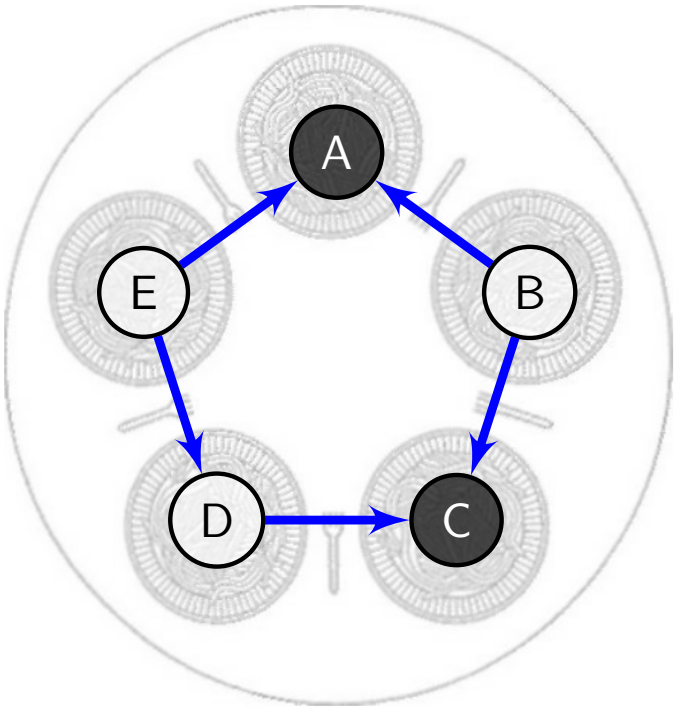


Figura 3: *DAG* representando o *Jantar dos Filósofos.*

Exemplo *SER*

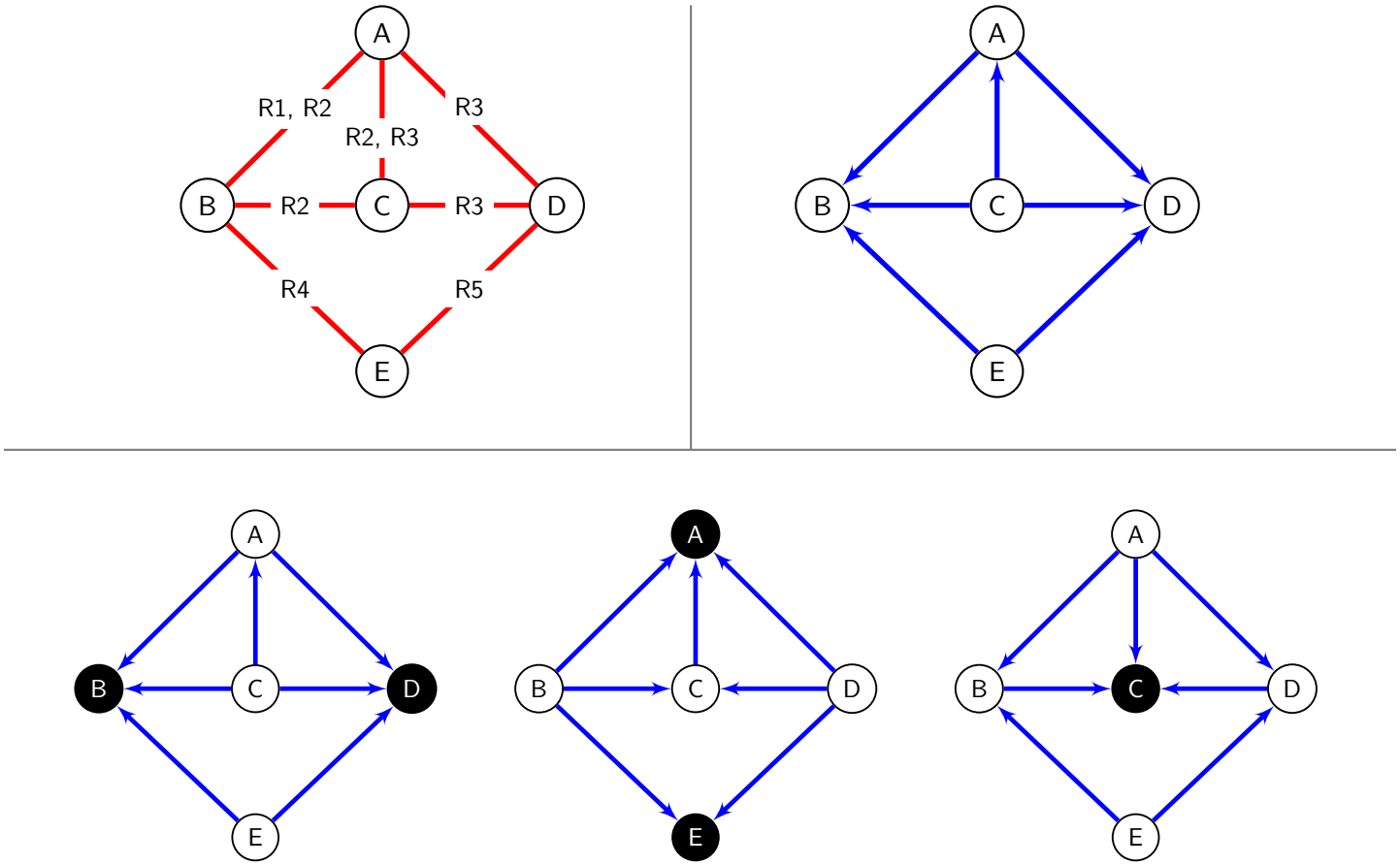
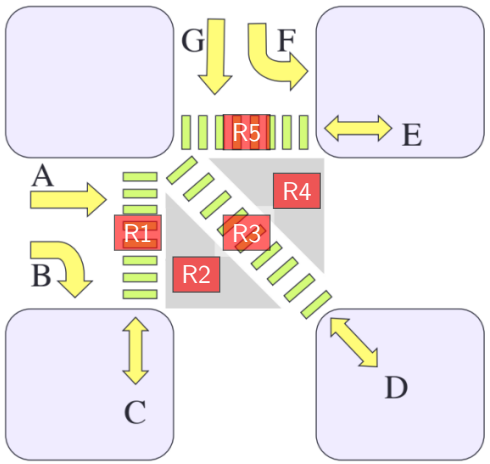
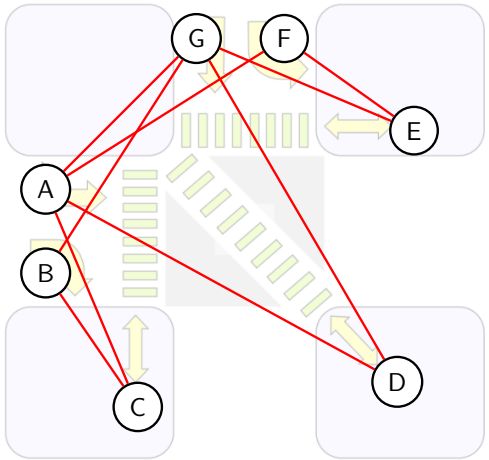


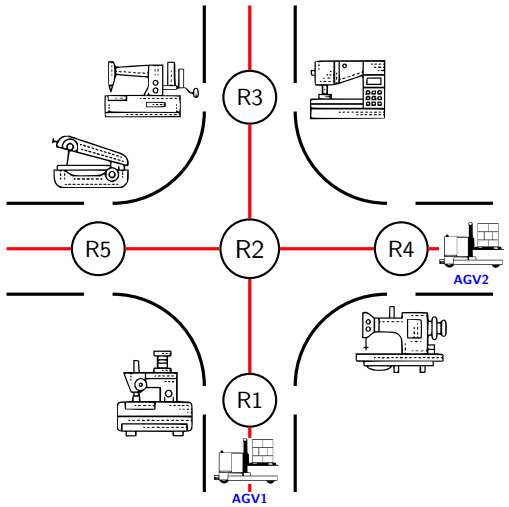
Figura 4: Grafo de recursos orientado *(sup.)* e período induzido pelo algoritmo *(inf.)*.

Aplicações

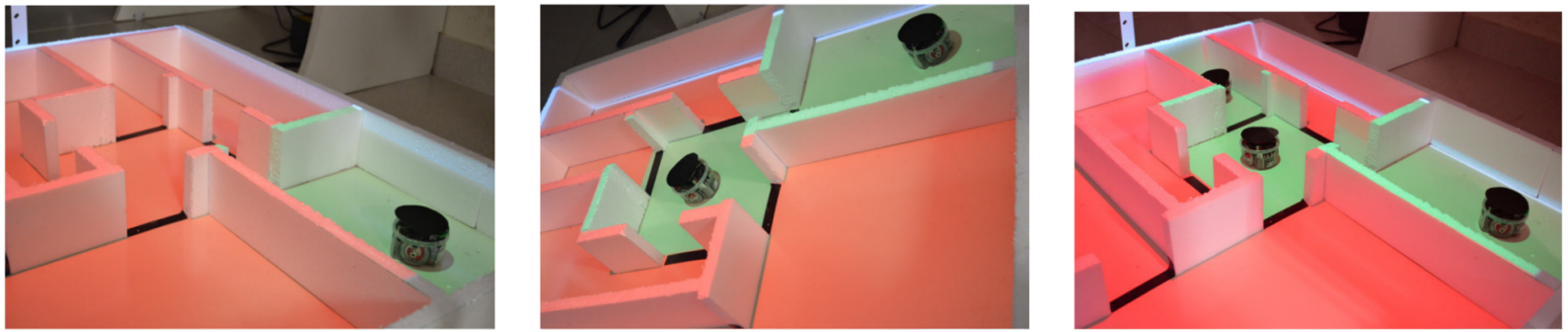




(a) Cruzamentos [3].



(b) Roteamento de AGVs [4].



(c) Combate ao incêndio por robôs autônomos [5].

Figura 5: Aplicações com *SER*.

Definições

Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se K como o conjunto de todos os ciclos simples de G.

Definições

Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se K como o conjunto de todos os ciclos simples de G.

Definição: Orientação Acíclica

Uma orientação acíclica de G é uma função $\omega : E \to V$ tal que nenhum ciclo κ da forma $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$ existe para o qual $\omega(i_0, i_1) = i_1$, $\omega(i_1, i_2) = i_2$, ..., $\omega(i_{|\kappa|-1}, i_0) = i_0$. Seja Ω o conjunto de todas as orientações acíclicas de G.

Definições

Definição: Ciclo Simples

Para $G = (V, E)$, um ciclo simples $\kappa \subseteq V$ é um conjunto de vértices que formam a sequência $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$. Define-se K como o conjunto de todos os ciclos simples de G.

Definição: Orientação Acíclica

Uma orientação acíclica de G é uma função $\omega : E \to V$ tal que nenhum ciclo κ da forma $i_0, i_1, ..., i_{|\kappa|-1}, i_0$ existe para o qual $\omega(i_0, i_1) = i_1$, $\omega(i_1, i_2) = i_2$, ..., $\omega(i_{|\kappa|-1}, i_0) = i_0$. Seja Ω o conjunto de todas as orientações acíclicas de G.

Definição: Sentido de Orientação

Definimos como $n_{cw}(\kappa, \omega)$ o número de arestas no ciclo κ orientadas por ω no sentido horário, e $n_{ccw}(\kappa, \omega)$ como as orientadas no sentido anti-horário.

Concorrência

Definição: Concorrência (1)

Seja m o número de vezes que cada nó opera em um período do algoritmo *SER*. Seja p o comprimento de um período, medido em orientações. Para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como uma função $\gamma : \Omega \to \mathbb{R}$ tal que:

$$\gamma(\omega) = \frac{m}{p} \tag{1}$$

Concorrência

Definição: Concorrência (1)

Seja m o número de vezes que cada nó opera em um período do algoritmo *SER*. Seja p o comprimento de um período, medido em orientações. Para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como uma função $\gamma : \Omega \to \mathbb{R}$ tal que:

$$\gamma(\omega) = \frac{m}{p} \tag{1}$$

Definição: Concorrência (2)

Alternativamente, para $G = (V, E)$, definimos *concorrência* como:

$$\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \tag{2}$$

Exemplo *SER* (reprise)

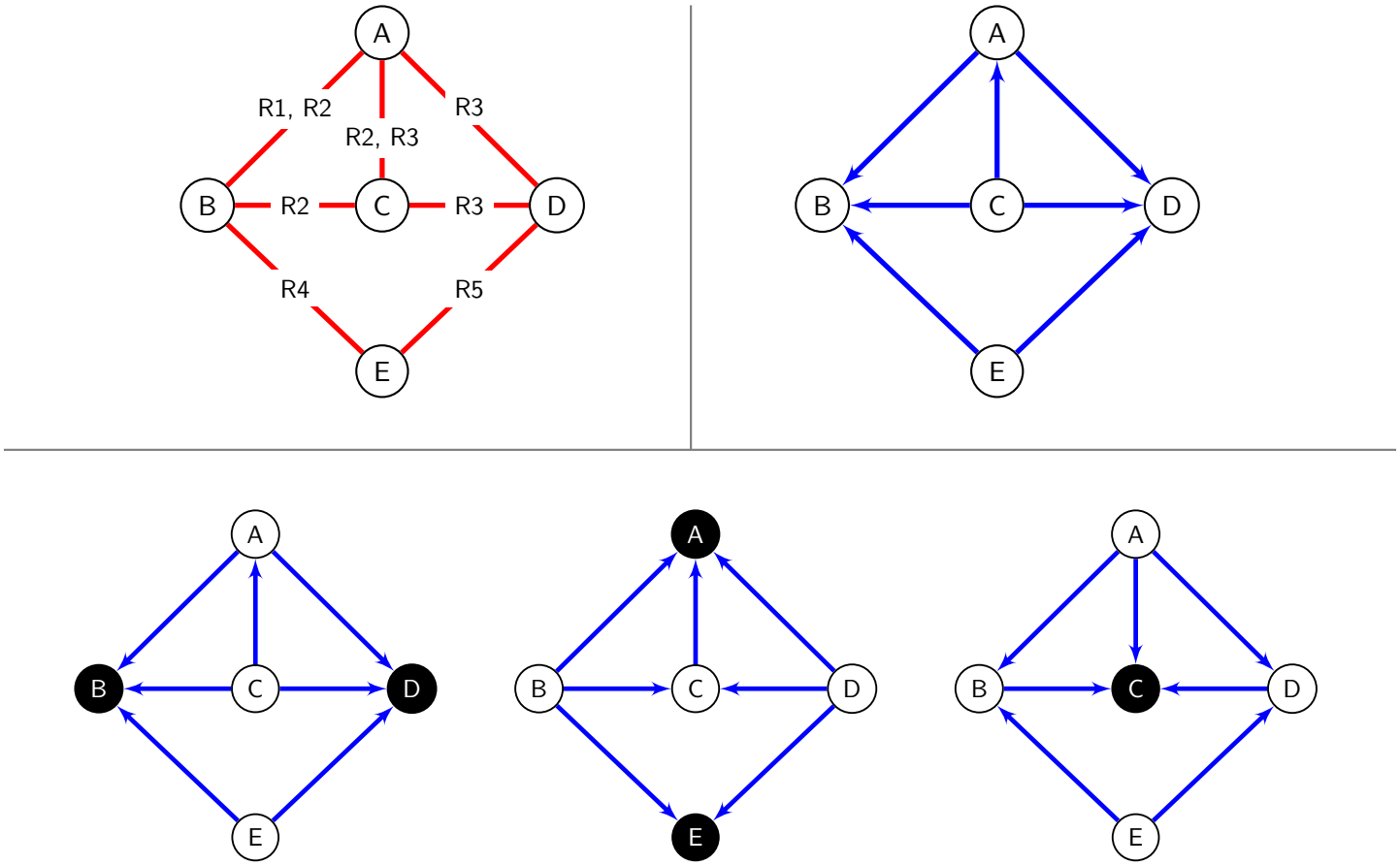


Figura 6: Concorrência: $\gamma(\omega) = m/p$; ou $\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\}$.

Roteiro

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto Ω:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto Ω:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

Lema 1

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto Ω:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

Lema 1

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

Demonstração

Relembre a definição de concorrência: $\gamma(\omega) = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\{n_{cw}(\kappa,\omega), n_{ccw}(\kappa,\omega)\}}{|\kappa|} \right\}$.
Para um dado ω', seja κ' o ciclo escolhido pelo minimizador da definição de concorrência. Seja $x = min\left\{n_{cw}(\kappa', \omega'), n_{ccw}(\kappa', \omega')\right\}$. Logo, temos $\gamma(\omega) = x/|\kappa'|$.

1/3

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto Ω:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{ n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega) \right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

Lema 1

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

Demonstração

Porém, para qualquer ciclo $\kappa \in K$, é possível orientar κ com algum $\omega \in \Omega$ de forma que $n_{cw}(\kappa, \omega) = 1$ e $n_{ccw}(\kappa, \omega) = |\kappa| - 1$, ou vice-versa. Logo, se ω', aplicado a κ', não produziu o valor $x = 1$, haverá outra orientação $\omega \in \Omega$ que produzirá $\gamma(\omega) = 1/|\kappa'|$. 2/3

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (1)

- NP-Completo [6]: Minimizar $\gamma(\omega)$ sobre todo o conjunto Ω:

$$\gamma^* = \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{min\left\{n_{cw}(\kappa, \omega), n_{ccw}(\kappa, \omega)\right\}}{|\kappa|} \right\} \right\} \tag{3}$$

Lema 1

$$\gamma^* = \min_{\kappa \in K} \left\{ \frac{1}{|\kappa|} \right\}$$

Demonstração

Suponha que $\gamma*$, a concorrência mínima de G, seja menor que $1/|\kappa'|$. Se isto for verdade, deverá existir um ciclo κ^* que, sob alguma orientação $\omega*$, produzirá $1/|\kappa^*| < 1/|\kappa'|$. Logo, encontrar γ^* tornou-se um problema de minimização sobre todo $\kappa \in K$. □

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar ω^* tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar ω^* tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

Teorema 1

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar ω^* tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

Teorema 1

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

Demonstração

Pela prova do Lema 1, para atingir γ^*, deve-se orientar κ^* tal que $n_{cw}(\kappa^*, \omega^*) = 1$ e $n_{ccw}(\kappa^*, \omega^*) = |\kappa^*| - 1$ (ou vice-versa). Isto pode ser realizado em tempo linear ao percorrermos o ciclo κ^* e atribuirmos um número de identificação crescente $1, ..., |\kappa^*|$ para cada vértice visitado, resultando em uma ordenação topológica do ciclo. Por fim, orienta-se as arestas no sentido dos vértices de maior identificador, cumprindo o requisito. 1/2

Concorrência Mínima via Ciclos Máximos (2)

- Resta encontrar ω^* tal que $\gamma^* = \gamma(\omega^*)$.

Teorema 1

Dado qualquer ciclo máximo $\kappa^* \in K$ como entrada, existe um algoritmo de complexidade linear para encontrar uma orientação $\omega^* \in \Omega$ tal que $\gamma(\omega^*)$ é mínimo para todo $\omega \in \Omega$.

Demonstração

Resta orientar os demais vértices de G tal que ω^* sempre será de fato acíclica. Seja $S = V - \kappa^*$ o conjunto dos vértices restantes de G. Atribui-se um número de identificação crescente $|\kappa^*| + 1, ..., |V|$ para cada vértice em S, e então orienta-se todas as arestas de G na direção dos vértices com maior identificador. Por absurdo, se ω^* possuir ciclos, existirá um caminho direcionado $i_0, i_1, ..., i_0$. No entanto, como $id[i_0] > id[i_1]$, é impossível retornar a i_0 após a partida, para qualquer $i_0 \in V$. Portanto, nenhum ciclo será formado. □

Viabilidade Computacional

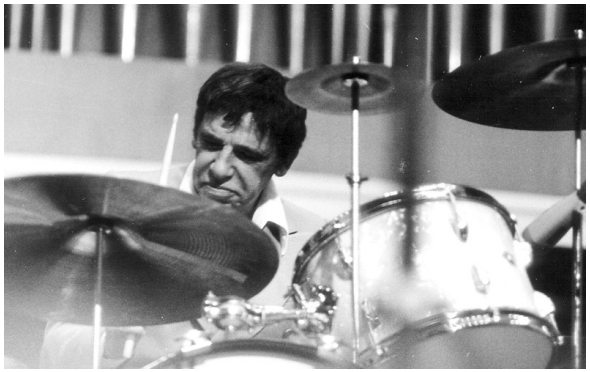
- Implementação do modelo para o *Simple Cycle Problem* [7]:

Nós	Arestas	p	$\lvert\kappa^*\rvert$	Conc. Mín.	Tempo CPU (s)
200	392	0.01	183	$1/183$	1
200	3826	0.1	200	$1/200$	2
1000	1912	0.002	882	$1/882$	169
1000	19912	0.02	1000	$1/1000$	552
1000	180151	0.2	-	-	> 3600
2000	4079	0.001	1807	$1/1807$	874
2000	40034	0.01	2000	$1/2000$	3599
2000	380147	0.1	-	-	> 3600
2000	1999000	1	-	-	> 3600

Tabela 1: Experimentos para encontrar a concorrência mínima de grafos conexos gerados aleatoriamente.

Roteiro

Contexto Musical



(a) Buddy Rich, jazz.

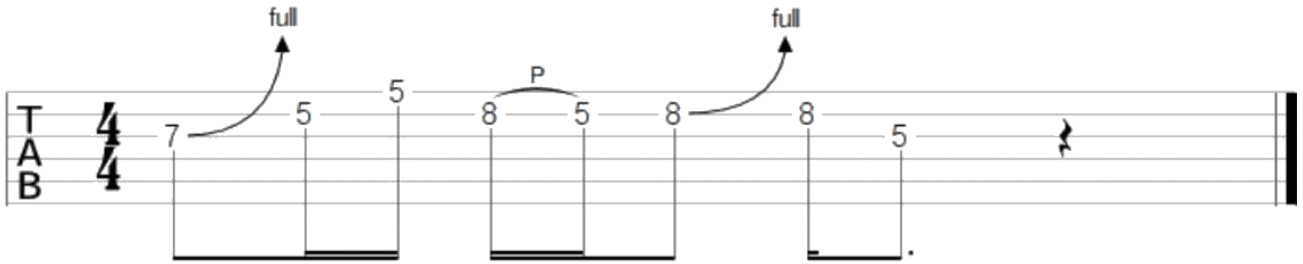
(b) Joe Bonamassa, blues.

Figura 7: Virtuosos *(Creative Commons)*.

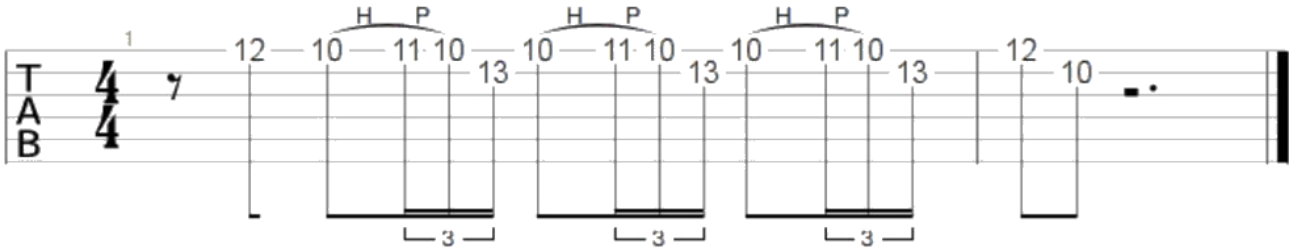
- A geração de melodias por computador tem sido estudada desde a década de 50 [8].
- Duas abordagens: explícita (em que as regras de composição são especificadas por humanos) e implícita [9].
- Música ocidental: tem como característica o *contraponto* (ou *polifonia)*, com múltiplas vozes melódicas [10].

Frases Musicais

- Em *blues*, *jazz* e *rock*, é comum existir uma dinâmica de "pergunta e resposta" com frases musicais.



(a) Frase antecedente.



(b) Frase consequente.

Figura 8: Tablaturas de frases musicais [11].

Montando Faixas de Máxima Duração

- Gostaríamos que nosso modelo capturasse as seguintes restrições:
  - Uma frase *consequente* apenas pode ser tocada após uma *antecedente*, formando um *lick*;
  - Apenas frases do mesmo tipo (*antecedente* ou *consequente*) podem tocar ao mesmo tempo;
  - Frases de diferentes intensidades (*e.g.* número de notas) podem não soar bem juntas;
  - A composição final deve ser um *loop*, incluir todas as frases e ser de máxima duração.

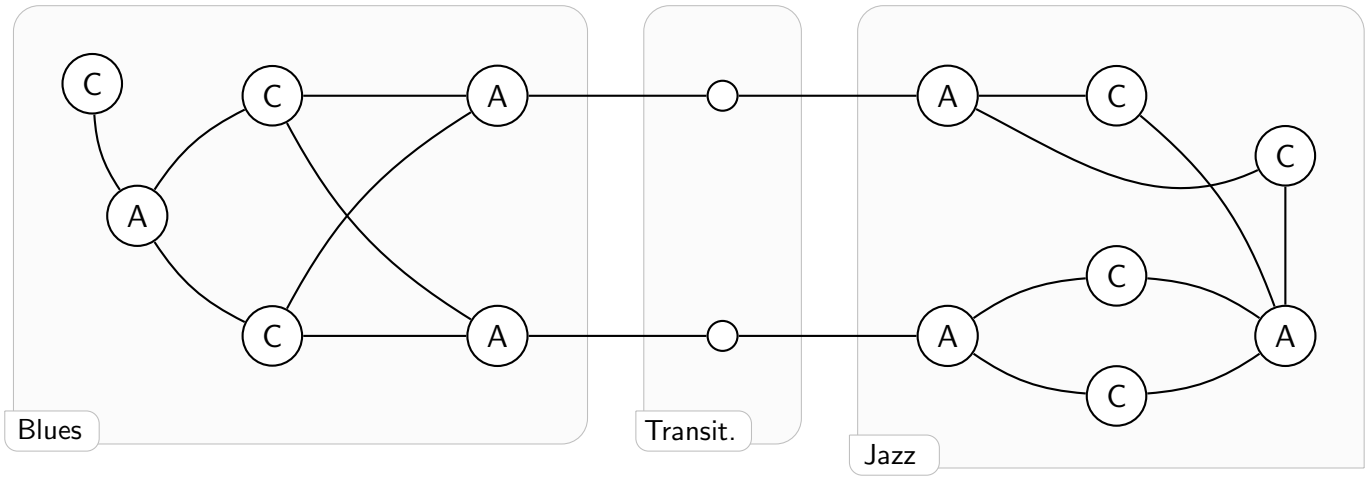
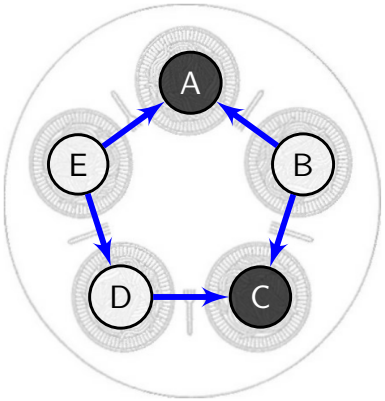


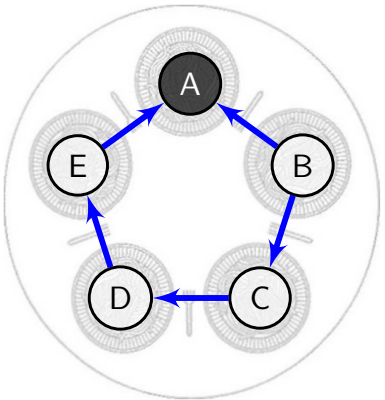
Figura 9: Exemplo de modelagem.

Conclusão

- Contribuições: estratégia computacional para a obtenção de concorrência mínima e nova proposta para a criação de faixas musicais.
- Padrão *MIDI*: faixas com duração de horas e potencial fonte de inspiração para artistas.
- Trabalhos futuros: elaboração de um modelo computacional para a obtenção de concorrência máxima sob *SER*.



(a) Concorrência máxima.



(b) Concorrência mínima.

Figura 10: Concorrências extremas.

Agradecimentos

Obrigado!

Perguntas & Respostas

Bibliografia I

[1] TANENBAUM, A. S., *Modern Operating Systems*.
3rd ed., pp. 143–165.
Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson Prentice Hall, 2007.

[2] BARBOSA, V. C., GAFNI, E., "Concurrency in heavily loaded neighborhood-constrained systems", *ACM Trans. on Program. Lang. and Syst.*, v. 11, no. 4, pp. 562–584, 1989.

[3] CARVALHO, D., PROTTI, F., DE GREGORIO, M., et al., "A Novel Distributed Scheduling Algorithm for Resource Sharing Under Near-Heavy Load", *Lecture Notes in Computer Science*, v. 3544, pp. 431–442, 2004.

[4] LENGERKE, O., ACUÑA, H. G., DUTRA, M. S., et al., "Distributed control of job-shop systems via edge reversal dynamics for automated guided vehicles", *1st International Conference on Intelligent Systems and Applications*, pp. 25–30, 2012.

[5] ALVES, D. S. F., SOARES, E. E., STRACHAN, G. C., et al., *A Swarm Robotics Approach to Decontamination. In: Mobile Ad Hoc Robots and Wireless Robotic Systems: Design and Implementation*.
1st ed., pp. 107–122.
Hershey, PA, USA: IGI Publishing Hershey, 2012.

[6] ARANTES JR, G. M., *Trilhas, Otimização de Concorrência e Inicialização Probabilística em Sistemas sob Reversão de Arestas*, Ph.D. Thesis, Prog. de Eng. de Sist. e Comp., Univ. Fed. do Rio de Janeiro, 2006.

Bibliografia II

[7] LUCENA, A., DA CUNHA, A. S., SIMONETTI, L., "A New Formulation and Computational Results for the Simple Cycle Problem", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, v. 44, no. 5, pp. 83–88, 2013.

[8] NIERHAUS, G., *Algorithmic Composition: Paradigms of Automated Music Generation*. Springer-Verlag: Vienna, Austria, 2009.

[9] SHAN, M.-K., CHIU, S.-C., "Algorithmic compositions based on discovered musical patterns", *Multimedia Tools and Applications*, v. 46, n. 1, pp. 1–23, Jan. 2010.

[10] SCHMIDT-JONES, C., *Understanding Basic Music Theory*. OpenStax CNX: Houston, TX, USA, 2007.

[11] BELL, J., *144 Blues Guitar Licks*. JamString: East Midlands, UK, 2015, mobile application. Version 15.41942290.