

Ondes mécaniques progressives

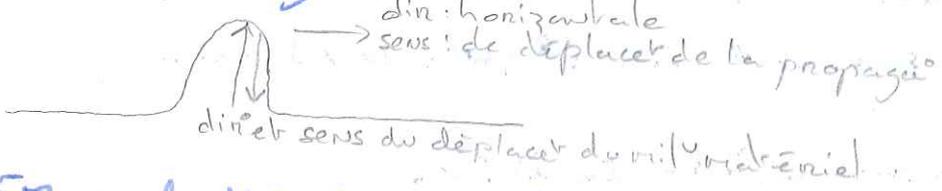
I - Définition et exemples

1 - Déf° générale

Onde mécanique progressive: le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel sans transport de matière.

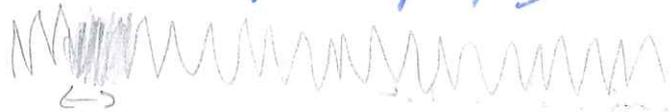
2 - Ondes longitudinales et transversales

OL: onde où le déplacement du milieu de propagation se fait \perp à la direction de propagation.



Dans l'ex, la perturbation (déformation) engendrée sur le milieu matériel de propagation se propage dans la direction horizontale, alors que les pts de la corde se déplacent verticalement.

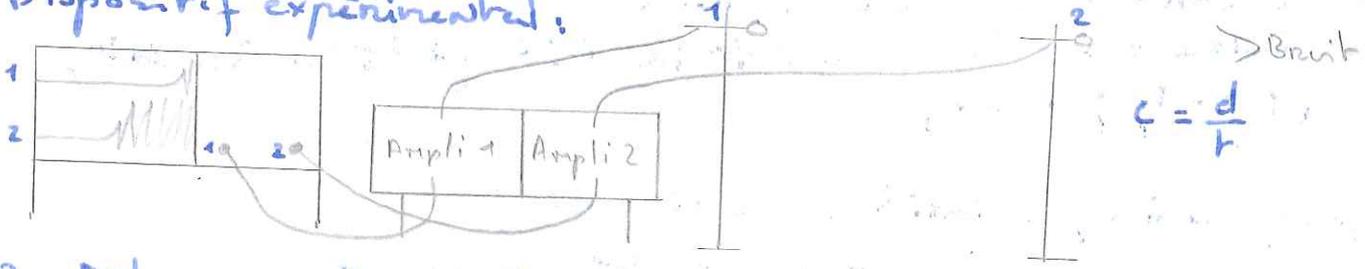
OL: onde où le déplacement des pts du milieu de propagation n'est dirigé que dans la direction de propagation.



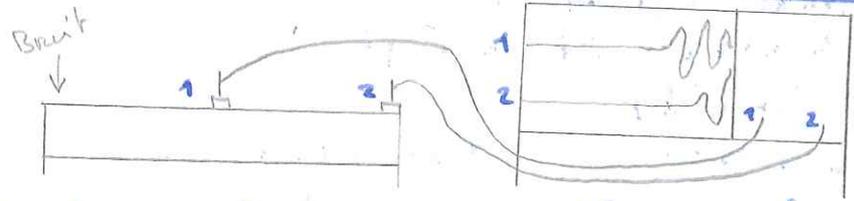
II - Propriétés générales des ondes mécaniques progressives

1 - Détermination de la célérité de l'onde de l'air

Dispositif expérimental:



2 - Détermination de la célérité des sons dans un métal



3 - Direction de propagation d'une onde

Une onde se propage dans une source dans toutes les directions qui lui sont offertes. On distingue ainsi les ondes à 1, 2, 3 dimensions -

- ↳ 1 dimension (son)
- ↳ 2 dimensions (onde (2 sens de propagation) perturbation surface liquide)
- ↳ 3 dimensions (onde)

4 - Transport d'E sans transport de matière



L'oscillation mécanique transporte de l'énergie sans transport de matière. P2

5 - Célérité de l'oscillation

$v = \frac{d}{\Delta t}$ (célérité sans transport matière)

La célérité de l'oscillation est une propriété du milieu de propagation et ne dépend pas de la façon dont la source a engendré l'oscillation. Elle est de constante dans un milieu donné de des caractéristiques données.

6 - Croisement de 2 oscillations

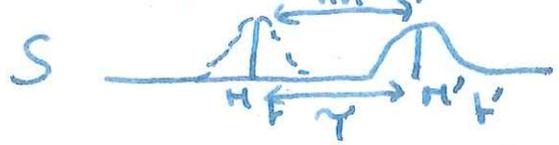
2 ondes qui se croisent ne peuvent pas se perturber



III - Oscillation progressive à une dimension

Les propriétés générales sur les oscillations mécaniques restent valables.

Retard \rightarrow Soit S à la célérité v , émise par S à la célérité v .



$t' - t = \gamma$ et $v = \frac{MM'}{\gamma}$

Oscillation mécanique progressive sinusoïdale

I - Mouvement périodique

Déf: Mouvement périodique = se répète régulièrement
+ La période = durée de répétition identique (tous les récidifs)

$f = \frac{1}{T}$ ($f \rightarrow \text{Hz}$; $T \rightarrow \text{s}$)

II - Oscillation progressive périodique à une dimension

Soit S - on perturbe sinusoïdale au milieu de propagation.

On constate qu'une oscillation progressive se propage -

Par stroboscopie, on arrive à avoir une image fixe -

\Rightarrow L'état $S \neq M$ (choisi au hasard)

Par contre \exists périodicité de la vitesse de chaque pt de la corde -

Double périodicité: - spatiale: au niveau de la corde à t donné
- temporelle: au niveau d'un pt donné sur le temps

La période du mouvement de chaque pt est imposé par la source Δ

III - Périodicité

Aspect de la corde \rightarrow forme sinusoïdale

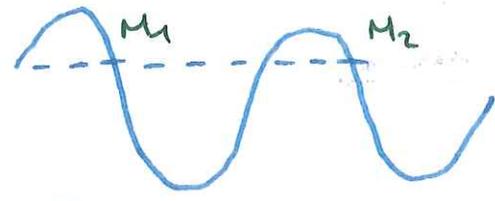
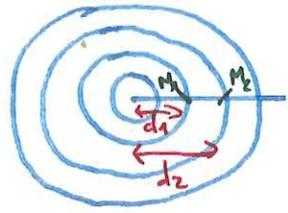
Déf: Longueur d'onde = périodicité spatiale de l'oscillation progressive périodique
O présente une double périodicité (temporelle $\rightarrow T$, spatiale $\rightarrow \lambda$)

Cl°: La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde en une T.



Périodicité temporelle: $\forall M(x) \in \mathbb{P}, y(x, t) = y(x, t + nT)$
 spatiale: $\forall M(x) \in \mathbb{P}, y(x, t) = y(x + k\lambda, t)$

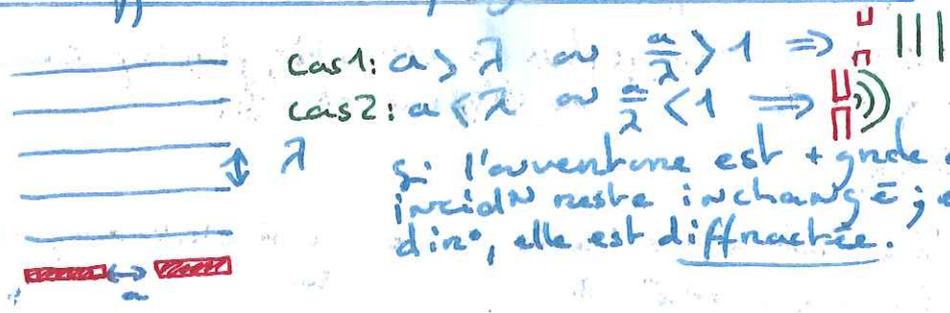
Double périodicité: $\forall M(x) \in \mathbb{P}, y(x, t) = y(x + k\lambda, t + nT)$



M_1 et M_2 vont être en phase (à écart vibratoire) si: $|d_2 - d_1| = k\lambda$

IV - Diffraction et dispersion

1. Diffraction d'une onde progressive sinusoïdale



Résumé propagation

Si deux points A et B, séparés par une distance D, sont situés dans un même milieu de propagation, une onde créée en A parviendra en B avec un retard $\tau = \frac{D}{v}$, en notant v la célérité de l'onde.

On qualifie l'onde de « transversale » lorsque la perturbation se fait dans une direction perpendiculaire au milieu de propagation (onde se propageant le long d'une corde, ondes à la surface de l'eau...).

On qualifie l'onde de longitudinale quand la perturbation se fait selon la direction de propagation (onde le long d'un ressort dont on a pincé quelques spires, ondes sonores...)

Après passage de l'onde, tous les points du milieu retrouvent leurs positions d'origine: il n'y a donc pas globalement un transfert de matière mais il y a un transfert d'énergie provoqué par l'onde.

La vitesse de propagation de l'onde est une propriété du milieu. Elle dépend en effet des qualités d'élasticité du milieu et de son inertie (c'est-à-dire de la difficulté plus ou moins grande à le mettre en mouvement: plus l'inertie du milieu est grande, moins la vitesse est élevée).

La fréquence f représente le nombre de périodes contenues en une seconde: $f = \frac{1}{T}$, elle s'exprime en Hertz (Hz).

On appelle longueur d'onde λ la distance parcourue par l'onde en une période: $\lambda = vT$.

Lors de la propagation d'une onde périodique, il y a, en fait, double périodicité: la période temporelle T qui caractérise le mouvement de chaque point de la corde et la période spatiale λ qui caractérise l'aspect du milieu à une date donnée.

On dit que deux points du milieu de propagation vibrent en phase si, à partir du moment où ils sont atteints par l'onde, leur état de vibration est identique.

On dit que deux points du milieu de propagation vibrent en opposition de phase si, à partir du moment où ils sont atteints par l'onde, leur état de vibration est opposé.

Lorsque la vitesse de propagation d'une onde est la même quelle que soit sa fréquence, le milieu de propagation est dit « non dispersif »

Le phénomène de diffraction est observé lorsque l'onde incidente rencontre un obstacle de dimension comparable ou inférieure à sa longueur d'onde: on constate alors que l'onde contourne l'obstacle, si bien qu'une partie de l'onde incidente, appelée onde diffractée, atteint les points situés derrière l'obstacle.

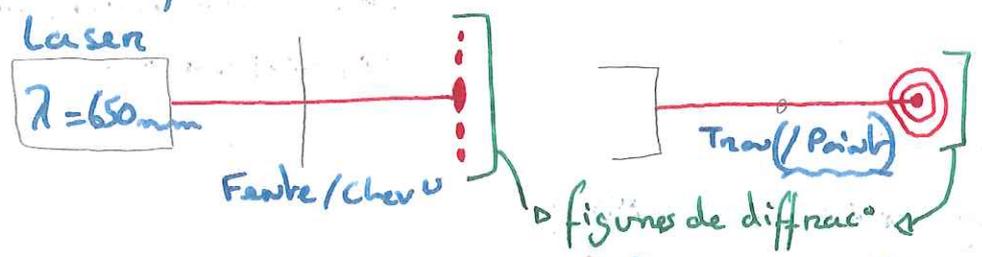
$\lambda = \frac{v}{f}$
 $\lambda_0 = \frac{c}{f}$
 $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$

2 - Dispersion

Un milieu est dit dispersif, lorsque la vitesse de propagation de l'onde dépend de la fréquence.
 L'eau est un milieu dispersif par les ondes sonores (la surface de l'eau).
 Pour contre l'air ne l'est pas par les ondes sonores.

Modèle ondulatoire de la lumière

I - Diffraction de la lumière



Diffraction (uniquement si $a \approx \lambda$ ou $a < \lambda$) Req: plus a est petit, plus le phénomène de diffraction est important.

II - Interprétation ondulatoire

- + De manière générale, la lumière peut être considérée comme une onde électromagnétique.
- + En particulier, la lumière laser peut être considérée comme une onde sinusoïdale, de fréquence donnée.
- + La lumière se propage dans le vide et les milieux transparents (air, verre, gaz, ...). La célérité: $c = 3,0 \cdot 10^8$ ou $c = 299792458$
- + La célérité de la lumière ne dépend pas de la fréquence dans le vide.
- + La célérité de la lumière dans l'air est: $c_{air} \approx c \Rightarrow c_{air} = c$

*Seul un milieu non dispersif
 ou on considère que l'air est un milieu non dispersif*

III - Couleur d'une onde

1. Lumière monochromatique

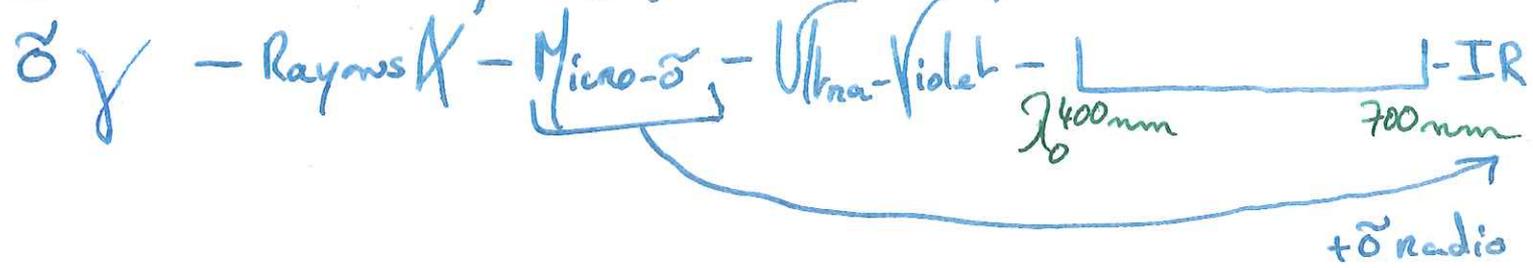
Déf: lumière, ou onde prog sinusoïdale de fréquence donnée, dont la couleur est liée à la valeur de sa fréquence.

2. La longueur d'onde

Comme tous les ondes périodiques, les ondes électromagnétiques possèdent une double périodicité.
 Dans le vide, on note par λ_0 la longueur d'onde d'une onde électromagnétique: $\lambda_0 = \frac{c}{f}$

3. La lumière

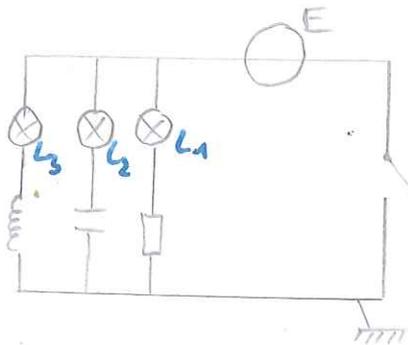
Ensemble des ondes électromagnétiques progressives visibles par l'œil.



Electricité

Expérience préliminaire

Établir le circuit ds un circuit:



ds cette expérience, on étudie l'établissement du courant ds chaque branche en dériva.
 On remarque que L_3 s'allume avant L_2 .
 $L_1 \rightarrow$ l'intensité s'établit de manière instantanée
 $L_2 \rightarrow$ la présence du condensat^r empêche l'établissement d'un courant continu
 $L_3 \rightarrow$ l'établissement s'établit avec un léger retard: la bobine freine l'établissement du courant continu

ds ce chapitre, on étudiera le rôle du condensat^r, de la bobine ds le chapitre d'après, et finalement on les mettra ensemble.

Cl^o: Les syst^è élect^r n'évoluent pas de la même façon suivant qu'ils contiennent un condensat^r ou une bobine. Ces états particuliers vont nous permettre de contrôler l'évo^o du cour^{ant} élect^r ds un circuit.

Le Condensateur

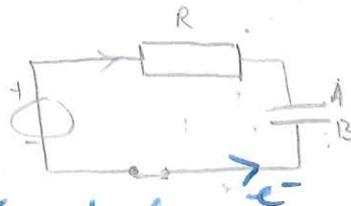
Présentat^o: Deux armatures séparées d'un isol^{ant}. Ex: cuir, mica
 diélect^r

Schématisa^o:

Le condensat^r est en particulier utilisé en photographie (flash): lumi^è intense ds un bref inst^{ant}.

Charge des armatures

Lorsq^{ue} l'on ferme l'interrupt^{eur}, un cour^{ant} élect^r circule ds le circuit ext^{érieur} au générat^{eur}. Le déplacement des e^- se traduit par un déficit de e^- sur A et un excès de e^- sur B. Ces e^- ne traversent pas le diélect^r. Le cour^{ant} élect^r ne pourra de pas passer de manière continue (le passage du cour^{ant} ne dure pas. Car les e^- ne peuvent plus aller sur B qui ne les accepte plus.
 $\Rightarrow \frac{1}{1} A$ est \oplus | On appelle q la charge portée par son armature positive
 $\frac{1}{1} B$ est \ominus | Charge d'un condensat^r est la charge de l'armature positive q enc



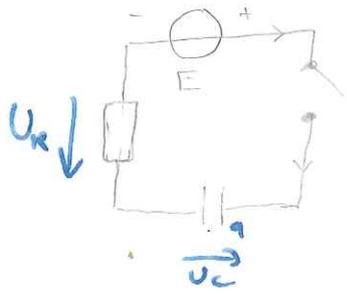
Rappels: Orientat^o d'un cour^{ant} i
 Si le cour^{ant} passe ds le sens de la flèche: positif
 inverse: négatif

Lorsq^{ue} le sens d'orientat^o est donné, on appellera q la charge du condensat^r (celle de la 1^è armature rencontrée par le cour^{ant})
 $V_{\text{condensat^r}} > 0$

[Note Série $R_{eq} = R_1 + R_2$
 Dériva^o $R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$]

Etude théorique de la charge et de la décharge d'un condensateur

Etude de la charge



- À $t=0$, on ferme l'interrupteur
- On suppose que le condensateur est initialement déchargé
- $U_C = 0$

[Loi d'additivité des tensions, des mailles:]

$$E - U_R - U_C = 0$$

$$U_R = Ri = R \frac{dq}{dt} \quad q = CU_C$$

$$= RC \frac{dU_C}{dt}$$

$$\Rightarrow E = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C$$

On obtient une équation différentielle.

Nous admettons que la solution de cette équation est de la forme:

$$U_C = A(1 - e^{-t/\tau})$$

$$U_C = Ae^{-t/\tau} + B$$

$$\text{- Quand } t \rightarrow +\infty, U_C = E = Ae^{-t/\tau} + B$$

$$U_C = E = B \quad \rightarrow 0$$

$$U_C = Ae^{-t/\tau} + E$$

$$\text{- À } t=0, U_C(0) = 0 = Ae^0 + E = 0 \Rightarrow A = -E$$

$$U_C = (E - Ee^{-t/\tau}) = E(1 - e^{-t/\tau})$$

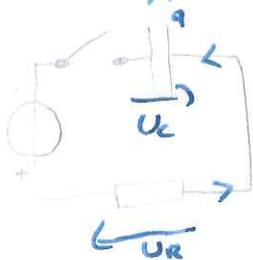
$$\text{- } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } U_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \text{ et } q = CU_C$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt} = \frac{CEe^{-t/\tau}}{RC} = \frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$



Etude de la décharge

On suppose que le condensateur est chargé $U_C(0) = E$ à l'instant initial



- À $t=0$ on ferme l'interrupteur

- La loi des mailles donne:

$$U_C + U_R = 0 = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$$

On admet que la solution de cette équation est de la forme:

$$U_C = Ae^{-t/\tau} \quad \text{avec } \tau = RC$$

$$\text{- À } t=0, U_C = E = Ae^0 = A = E$$

$$U_C = Ee^{-t/\tau}$$

$$\text{- } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = \frac{C(-E)e^{-t/\tau}}{RC} = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{dC}{dt} U_C + \frac{dU_C}{dt} C = \frac{C dU_C}{dt} = CE \times d \left(\frac{e^{-t/\tau}}{dt} \right) = -\frac{CE}{RC} e^{-t/\tau}$$

Lois de Newton

I - Première Loi

Énoncé : Dans un référentiel galiléen, si la Σ des forces ^{extérieu} appliquées au système est nulle, alors le centre d'inertie G du système possède un MRU.

→ Si un système $\|\vec{v}_G\| = \text{cste}$ est animé d'un MRU, alors $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

1 - Référentiels galiléens

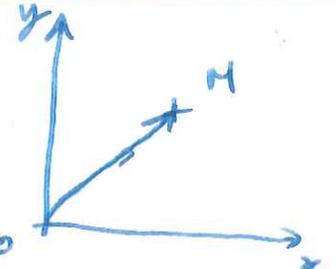
- + Référentiel terrestre (réf du labo)
- + \star Géocentrique (nut sat)
- + γ Héliocentrique (nut planète)

2 - Forces extérieu

→ dues à un corps extérieu au système (s'intérieu: partie du système qui exerce une force sur une autre partie)

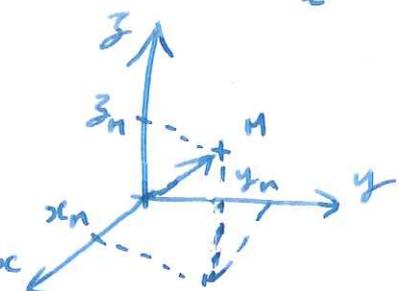
Force = ce qui est capable de déformer un système ou modifier sa vitesse (vit, dir°).

3 - Vect^u vitesse



$$\vec{v} = \frac{d(\vec{OM})}{dt}$$

↳ dir: tang^u à la traj.
sens: sens d'nut
norme: $\|\vec{v}\| = \frac{dOM}{dt}$



$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

↳ On utilise cette formule en décomposant \vec{v} à partir des équ^o hor^o du nut.

Equa^o hor^o : On note les coordonnées de \vec{OM} en fonction de t ($x(t), y(t), z(t)$)

$$\vec{v} \left(v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \right)$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

4 - MRU

$$\vec{v}_G = \text{cste} \Leftrightarrow \text{MRU} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{dir} \\ \text{sens} \\ \text{norme} \end{array} \right\} \text{cste}$$

II - Modifica^o de nut et force

Varia^o du vect^u vitesse

On assimile la vit (système) à vit (G). Si système est soumis à une force non compensée, sa vit varie, soit en norme, dir, sens. $\rightarrow \vec{v}_G \neq \text{cste}, \Delta \vec{v}_G \neq \vec{0}$

⇒ 1) s un référentiel galiléen, si la Σ forces extérie^U est non nulle, la traj. de G n'est pas un MRU

2 - Exemples

- Mot rectiligne \rightarrow dire cste
- Mot uniforme \rightarrow norme cste, sens cst^N
- Mot quelconque \rightarrow tr varie

3 - Σ Forces et \vec{V}_G

1^{er}S (2^e loi) $\rightarrow \Delta \vec{V}_G$ à le m sens et la m dir^o que la Σ Forces extérie^U appliquées au syst^e (si elle n'est pas nulle).

III - 2^e loi

↳ Principe fondam^l de la dynam^q
 1) s un référentiel galiléen, si $\Sigma F_{ext} \neq 0$, G est soumis à un vect^U accéléra^o
 $\vec{a}_G / \Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$

1. Vect^U accéléra^o

Pr un petit $\Delta t \rightarrow \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

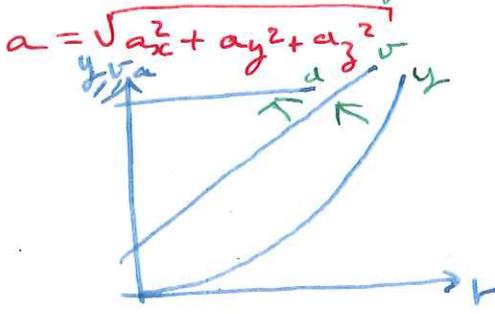
Pr un dt + courb. encore $\rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\Delta \vec{v}_{M_2} = \vec{v}_{M_3} - \vec{v}_{M_1} \quad \text{Lors } \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}_{M_2}}{\Delta t}$$

$\vec{a} \rightarrow$ dir: $\Delta \vec{v}$
 sens: $\Delta \vec{v}$
 norme: $\frac{\|\Delta \vec{v}\|}{\Delta t}$

$$\vec{a} \left(a_x = \frac{dv_x}{dt} = \dot{v}_x, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \dot{v}_y, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \dot{v}_z \right)$$

↳ On utilise cette formule par heures à partir des compos^U v et t.



R : deriva^o

IV - 3^e loi

Lors a A exerce sur B une acc^o réciproq^U modélisée par $\vec{F}_{A/B}$, alors B exerce sur A une acc^o réciproq^U $\vec{F}_{B/A}$

Chute libre verticale d'un syst^e

I - Forces ext^{er}ieures exerc^{ees} sur un solide en chute verticale

1 - Force de pesanteur

→ Due au chps de pesanteur g sur ts les corps à proximité de la Terre.

$$g(z) = \frac{G \times M_T}{(R_T + z)^2}$$

g dépend de l'altitude

$$\rightarrow g(0) = g \frac{M_T}{(R_T)^2} = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

↳ Dans un espace réduit à qqes km, on supposera le chps de pesanteur uniforme (\Rightarrow dir^o, sens, norme = constes)

$$\vec{P} = m\vec{g} \leftarrow \text{N.kg}^{-1} \text{ ou } \text{m.s}^{-2} \text{ Pt d'applica}^o : G \text{ (centre d'inertie)}$$

Force de pesanteur \hat{n} sens, dir^o que \vec{g} , norme = mg

2 - Poussée d'Archimède

$F_A \vee \vec{\pi}_A$ → Force exercée par un fluide sur un solide immergé

↳ Applica^o au niv^x du centre de masse

$$\vec{\pi}_A = m_{\text{fluide}} \times g = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{fluide}} \times g$$

↳ Centre d'inertie du fluide déplacé $\rightarrow \boxtimes G$ ou $\boxtimes G'$

3 - Forces de frottement

Si un fluide est fixe et sans mv^t latéral par rapport à l'objet, les frottem^{ts} du fluide sur le solide st assimilés à

$$\vec{f} = k \vec{v}^n$$

\hat{n} dir^o que \vec{v} , sens opposé
 $\rightarrow k$ et n se déterminent expériment^l

II - Chute verticale d'un solide sans frottem^{ts}

↳ Expériment^l: Vide (\rightarrow chute libre (seul^t \vec{P})) $\rightarrow \vec{f} = \vec{0} \wedge \vec{\pi}_A = \vec{0}$

Analyse \rightarrow Syst^e:

Réf: terrestre sup. Gal. | Schéma:
 $\Sigma \vec{F}$: \vec{P} | Vert. \downarrow \vec{P}
pas $P=mg$

→ 2^e Loi de Newton: $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G = m\vec{g}$

$$\vec{a}_G \Big|_0^a \Rightarrow \vec{a}_G = a_z \vec{k}$$

↳ $\vec{a}_G = -g\vec{k}$

Nota^o vectoriel Phys^{iq}

Vide:
 $\vec{a}_G = \vec{g}$

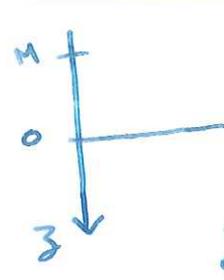
+ Détermina^o de la vitesse du solide

$$v(t=0) = v_0 \quad v \Big|_0^z \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \rightarrow v_z = a_z t + \text{conste à } t$$

v_0 à $t=0$

$$dv_z = a_z dt \Rightarrow v_z = a_z t + b \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = a + 0$$

+ Détermina^o de la position



$$\vec{OM} \Big|_z \begin{matrix} 0 \\ a t \end{matrix}$$

$$z = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + z_0$$

$$\dot{z} = v_z = \frac{dz}{dt} = at + v_0$$

+ Condi^o initiales

$$v_0 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} g t^2 + h \quad | \quad v_z = g t$$

III - Chute verticale avec frottement

$$\vec{P}, \vec{\pi}_A, \vec{f} \quad | \quad \sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} m + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -\rho v g \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ k v^n \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ a_G \end{matrix}$$

$$m = \rho v$$

$$\hookrightarrow mg - \rho v g - k v^n = m a_G$$

$$a_G = g - \frac{\rho v g}{m} - \frac{k v^n}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho v}{m}\right) - \frac{k v^n}{m}$$

Où remplace par $m = \rho v$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right) - \frac{k v^n}{m} \quad \hookrightarrow \quad \frac{dv}{dt} + \frac{k v^n}{m} = g \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right)$$

+ Résolu^o de l'équatif ac $n=1$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k v}{m} = g \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right) \rightarrow v = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ or } t \rightarrow +\infty, v = A = v_L$$

Une sol^o est: $v = v_L \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

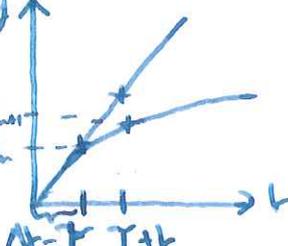
$$+ v = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right) \Rightarrow A = \frac{mg}{k} \quad \wedge \quad \tau = \frac{m}{k}$$

+ τ est le tps correspond^{ant} à l'interv^{alle} entre v_0 et l'asymptote horizont^{ale} v_L .

-> caract^{éristique} de l'évo^{lution} de la vit^{esse}

+ $t_{1/2}$ est le tps correspond^{ant} à l'inst^{ant} où v atteint $\frac{v_L}{2}$.

+ Méthode d'Euler



$y_{n+1}(t+\tau)$ et $y_n(t)$, entre ces 2 pts, la courbe peut être approchée.

$$y = at + b = \dot{y}_n t + b \quad (\dot{y}_n = a)$$

$$y_{n+1} = at + y_n$$

La méthode d'Euler est itérative: pt par pt elle reconstruit la courbe dt on connaît les condi^o initiales et la dérivée à chaq^{ue} inst^{ant} (à partir de l'équatif)

Applica^o

Chute sans vit^{esse} initiale: $v_0 = 0 \quad \wedge \quad \frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right) - \frac{k v}{m} = g' - \frac{k}{m} v$

$t=0, v_0=0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = g' \quad | \quad t = \tau, v_1 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} \tau + v_0 = g \tau + 0$

+ Résolu^o de l'équatif ac $n \neq 1$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^n = g \left(1 - \frac{\rho v}{\rho}\right)$$

Etudes des Mvt plans

I - Chute libre non vertical

Chute libre ac vit^e initial^e (dir^o non vertical) et pr la q^t on s'inter^{esse} les frotter et Π_A .

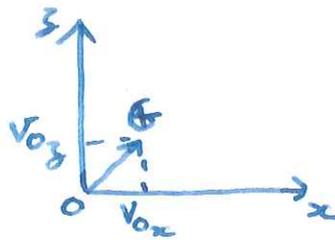
1 - Vect^u a

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \quad \text{Lors notre cas: } a_G^z = g \quad (m\vec{g} = m\vec{a}_G)$$

$$\begin{cases} a_G^x = 0 \\ a_G^y = 0 \\ a_G^z = -g \end{cases}$$

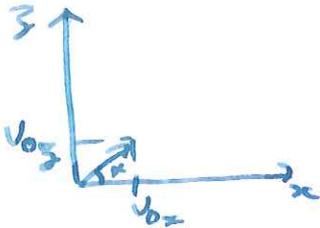
2 - Vect^u vit^e inst^{NE}

$$\vec{a} \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases} \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} = 0 \\ v_z = -gt + v_{0z} \end{cases}$$



3 - Vect^u posit^o inst^{NE}

$$\vec{OG} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = y_0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0 \end{cases}$$



$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0z} = v_0 \sin \alpha$$

$$\vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t + x_0 \\ y = y_0 = 0 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t + z_0 \end{cases}$$

4 - Equa^o hor^z param^{et}re^e

↳ tps

↳ plus fonc^o aux param^{et}re connus

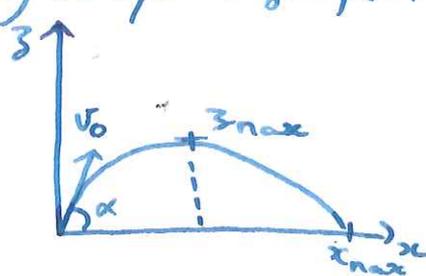
Elles montrent que le Mvt s'effectue ds un plan ($q^u y = 0$)

- le Mvt sur Ox est uniforme
- le Mvt sur Oz est uniform^{em}ent vari^e

5 - Equa^o de la trajectoire

Equa^o de la courbe donn^{ee} par la tra^{je} du syst^e: $z = f(x) \wedge x_0 = 0$

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cos \alpha t \rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t + z_0 \\ = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \frac{v_0 \sin \alpha x}{v_0 \cos \alpha} + z_0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha x + z_0 \end{cases}$$



Les syst^e oscillants

I - Le pendule simple

1. $\theta \ll \theta_0$
 Solide suspendu à un axe (vertical) ne passant pas par son centre d'inertie.

↳ Pendule pesant: solide suspendu à un axe horizontal (de notre) ↓
 Pendule simple (modélisa^o du pendule pesant): composé d'un solide de petite dim^o suspendu à un fil inextensible

À l'équilibre: $\sum \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow v = \vec{0}$

$$\sum \vec{F} = \vec{P} + \vec{T} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = -\vec{T}$$

⇒ Le poids \vec{P} est opposé à \vec{T} (⇔) les deux forces st dirigées verticalement

Hors équilibre: $\sum \vec{F} = m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} \neq \vec{0}$

Un pendule abandonné sans vit initiale d'une posi^o hors équilibre va effectuer des oscilla^o libres (périod^q) de période appelée période propre T_0 si les frottements st négligeables

2. Equilibres stables/instables

Il y a deux posi^o d'équilibre par le pendule pesant soit à l'équilibre. L'une est dite stable et l'autre instable.

+ stable: le pendule va rentrer en oscillant après écart de sa posi^o d'équilibre
 + instable: le pendule va rentrer en rotation (cas idéal) après écart de sa posi^o d'équilibre

3. Ecart à l'équilibre et abscisse

Quand le syst^e oscillant est en mouvement: on dit qu'il y a écart à équilibre stable

- Abscisse angulaire: $\theta_t = (\theta_{eq}; \theta(t))$

4 - Période du pendule

- Isochronisme: la période des oscilla^o est pratiquement indépendante de l'amplitude des oscilla^o pour $\theta_0 < 10^\circ$ (la période des oscilla^o est indépendante de la masse)
 $\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \sin\theta = 0$ pour $\theta < 10^\circ: \sin\theta \approx \theta$
 $\Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \theta = 0 \Rightarrow \theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ $\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

5. Oscilla^o lentes amorties

Lorsque les frottements ne st plus négligeables, l'amortissement de vit^e Δ
 → ex: ↑ surface du solide, ↑ viscosité du fluide
 Dans le cas où l'amortissement est faible, le mouvement est pseudo-périodique (n'est pas oscillant)
 amortissement → faible ⇒ pseudo-périodique → périodique
 Régime aperiodique → revient à sa posi^o d'équilibre sans oscilla^o
 Régime critique → revient à sa posi^o d'équilibre sans oscilla^o de la façon la plus rapide

II - Oscillat°

1. Déf°

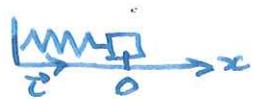
+ Solide-ressort. A l'équilibre $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \vec{0}$:

Ressort horizontal: $\vec{P} + \vec{R}_1 = \vec{0}$

↘ vertical: $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$

En mvt:

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$



→ axe du ressort
dir: \vec{i} → extens°: vers l'extérieu du ressort
sens: $-\vec{i}$ → compres: vers l'intérieu du ressort
NORME: $T = kx = k\Delta l = k(l-l_0)$

+ Un oscillat° écarté de sa posio d'équilibre ss vit initial effective des oscillat° libres (période T_0 , de période propre et abandonné par x (abscisse) \oplus ou \ominus). La posio du systé est repérée
Amplitude $= X_{max} > 0$

2. Equa° du mvt:

N'après la 2° loi de Newton: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$

Il n'y a pas de mvt vertical, dc: \vec{P} et \vec{R}_1 se compensent.

Or, sur (Ox) il y a une force: \vec{T} , d'où $\vec{T} = m\vec{a}_G$
 $-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$
 $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$

+ Sol° de l'équatif: $X = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$

ON vérifie: $\ddot{X} = -X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right) \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$

$-X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right) \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{k}{m}x = 0 \Leftrightarrow \frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2} = 0$

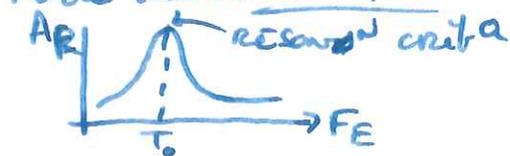
$\Leftrightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow N m^{-1}$

3. Amortissement

Pr \vec{A} Amortissement: fluide + visqu° ou surface de contact

4. Résonn° Mécanique

Les oscillat° st dites forcées lorsqu'un dispositif (excitat°) a une période sur le résonnat° \rightarrow l'excitat° impose alors sa période T_E aux oscillat° du résonnat°. L'amplitude de ce-ci dépend alors de la période imposée par la résonnat°. Pr une période proche de la période propre T_0 du résonnat°. L'amplitude des oscillat° forcées devient très \Rightarrow phénomène de résonance.



Masse et E ds les réac° nucléR

I - M \Leftrightarrow E

1. Relat° d'Einstein

En 1905, en élaborant la th^e de la relativité restreinte, Einstein postule que la masse est une des formes d'E que l'E peut prendre.

→ Un syst^e au repos possède une E, telle que:

⇒ Si le syst^e au repos échange de l'E ac le mili^u ext^{er}ieur ~~et~~ par rayonnement, transfert therm^q... sa varia° d'E (ΔE) et cel de sa masse (ΔM), on a: $E = mc^2$
 $\Delta E = \Delta m c^2$

Rmq: Si $\Delta m < 0 \Rightarrow \Delta E < 0 \Rightarrow$ le syst^e cède de l'E
 Si $\Delta m > 0 \Rightarrow \Delta E > 0 \Rightarrow$ \perp reçoit de l'E

2. Unités de masse et d'E

→ Unité d'E uscop^a: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$

→ Unité de M \rightarrow $1 \text{ u} = \frac{1}{N_A} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ kg}$
 $= 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

II - E de liaison

1. Défaut de Masse

On Rmq que la M d'un noy^x est $< \Sigma M$ des nucléons qui le constituent

$${}^A_Z X : m_x < Z m_p + (A-Z) m_n$$

$$\Rightarrow \text{Défaut de M du noy}^x : \Delta m = Z m_p + (A-Z) m_n - m_x$$

ex: $\Delta m_{\text{He}} = 2 m_p + 2 m_n - m_{\text{He}}$

2. E de liaison

Déf°: E_l est l'E que doit fournir le mili^u ext^{er}ieur pr séparer se noy^x au repos en ses nucléons libres au repos.

$m_{\text{noy}^x} \xrightarrow{\Delta m c^2} m_{\text{noy}^x} + \Delta m$

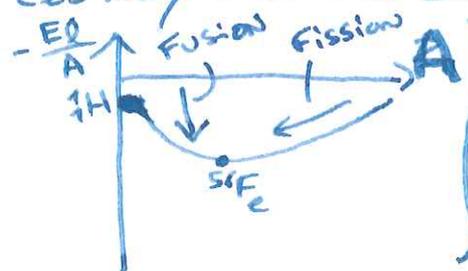
Lorsq l'on brise un noy^x, sa masse \uparrow de Δm et son E de $\Delta m c^2$

$\Rightarrow E_l = \Delta m c^2$
 De \bar{n} , qn on forme un noy^x, le mili^u ext^{er}ieur reçoit $E = \Delta m c^2$

3. E_l par nucléon

Déf°: $E_l / \text{nucléon} = \frac{E_l}{A} = E_A$

E_A us permet de s'intéresser à la stabilité des noy^x. Les noy^x dt l'E sera la + grde seront les + stables.

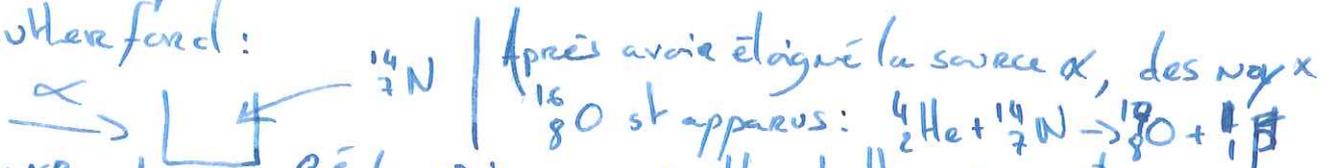


La courbe d'Aston
 $-E_A = f(A)$ met en évidⁿ la stabilité des noy^x

III - Fission et fusion

1. Réac° NucléR provoq°e

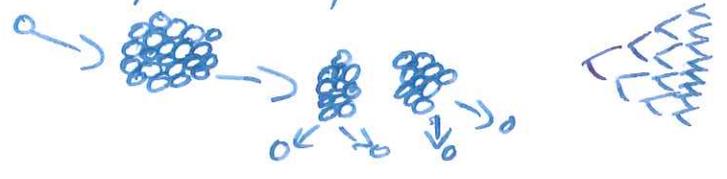
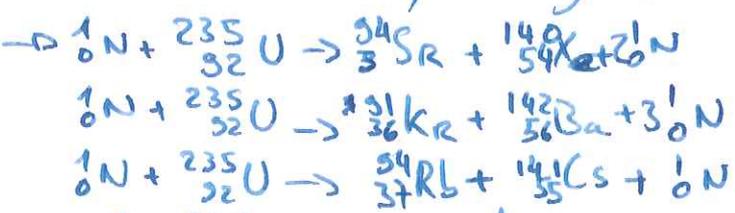
Exp. de Rutherford :



Un réac° NR est provoq°e lorsqu'un noy° cible est attaqué par des p° un noy° projectile et donne naiss° à de nv° noy°

2 - La fission NR

Déf° réac° NR provoq°e au cours de laq° un noy° lourd fissible donne naiss° à 2 noy° + léger



\rightarrow ~~Réac° en chaîne~~ Réac° en chaîne : si $N > 1$, il peut se produire une réac° en chaîne
 \rightarrow Barres A, H, centrales NucléR \rightarrow barre de bore

3 - La fusion NR

Déf° 2 noy° léger \rightarrow 1 noy° + lourd
 \rightarrow pb : les noy° doivent posséder une très gde Ec pe vaincre l'E électrostat
 \Rightarrow Très haute T° ds un plasma -

Opt^a géométrie

I-1 → Lumière Naturel (poly) = superposi^o d'osc^o e-m de $\lambda \neq$
 → osc^o e-m = propaga^o d'un champ \vec{E} et d'un \vec{B} ($\vec{E} \perp \vec{B}$)
 → Force ne dépend pas du réf.

On considère une osc^o plane e-m se propageant suivant \vec{x}

- Double périodicité:

$$\left. \begin{array}{l} \text{+ Spac. } \vec{E}(x+\lambda, t) = \vec{E}(x, t) \\ \text{+ Temp. } \vec{E}(x, t+T) = \vec{E}(x, t) \end{array} \right\} \lambda = vT \text{ } \leftarrow \text{v: vit de propaga}^o$$

- $c = 3,0 \cdot 10^8$

→ Les osc^o lumineu st quantifiées: \exists^N de photons

→ Dualité osc^o-corpuscule: pr $\lambda \gg$, aspect corpuscul^o difficilement décelable

→ Opt^a géométrie: élaborée sur les rela^o entre les osc^o lumineu (400-700 nm) et les obj macroscop^o

I-2 → Lorsq^o qu'une osc^o e-m se propage ds un milie^u matériel, des interac^o ac la mati^è modifient la vit de l'osc^o, ainsi on définit l'indice opt^a pr les milie^u isotropes A transparent par $n = c/v$ (pr λ donné)

Rmq: $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ } Loi de Cauchy \leftarrow cf dispersion

Ex: $n(\text{air}) = 1,00 \pm 3 \cdot 10^{-4}$
 (À 0°C sous 76 cm de mercure [1,013 Pa] pr la lumi^è monochromat^o émise par une lampe à sodium ($\lambda = 589 \text{ nm}$): $n = 1,000232$)
 $n(\text{verre}) \approx 1,5$
 $n(\text{eau}) \approx 1,3$

↳ empirique
 ↳ nécessite un milie^u transparent
 ↳ A/B dépendent du milie^u

II - Rayons lumineu

1 → déf^o: courbe selon laq^l se propage la lumi^è

→ prop^o: \emptyset d'interac^o lors d'un croisement

→  exp nettes en évide^{nce} cette prop.

2 → propaga^o rectiligne de la lumi^è → ds les milie^u homog^è → n propriété φ partr

⇒ les rayons lumineu st des droites fléchées (matérialise le transport d'E) \leftarrow transparent isotropes → n propriété selon l'axe des dire^o

→ faisceau lumineu: constitué d'une osc^o de rayons

- faisceaux con^o converg^o $S \rightarrow$
- faisceaux con^o diverg^o $S \leftarrow$
- faisceaux cylindr^o $S \rightleftarrows$

III - Lois de Snell-Descartes

1 → Mirroir: surface réfléchiss^o

→ Dioptr^e: surface sépar^o 2 milie^u transparent d'indice opt^a \neq

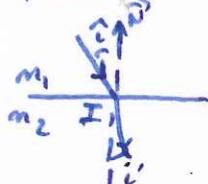
2 → Réflexion:

Loi 1: $\vec{r} \in P$

Loi 2: \hat{r} est sym^é à \hat{i} par rapport à \vec{n}
 $R = -i [2\pi]$

P: plan d'incid^o  pt d'incid^o

3 → Réfrac^o:

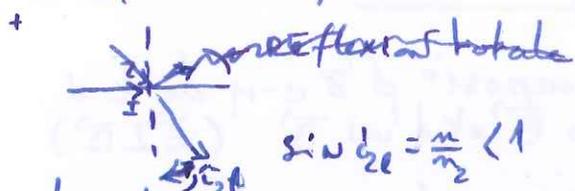


Loi 1: $i' \in P$

Loi 2: $m_1 \sin i = m_2 \sin i'$

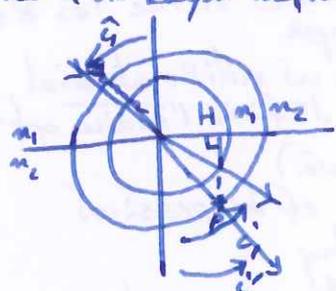
Rmq: \exists t^o \vec{r} et \vec{i} au nive^u d'un dioptr^e

→ Cas ségn: Lors du passage d'un milieu - réfringent vers un milieu + réfringent ($n_2 > n_1$) le réfracté est + proche de \vec{n} : $|\sin \hat{i}_2| < |\sin \hat{i}_1|$



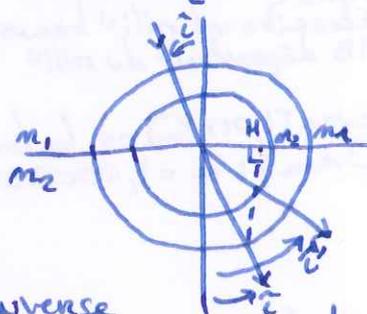
+ Lors du passage d'un milieu + réfringent vers un milieu - réfringent ($n_1 > n_2$) le réfracté s'éloigne de \vec{n} : $|\sin \hat{i}_1| < |\sin \hat{i}_2|$
 ∃ un angle d'incidence limite $i_{2e} \approx \frac{\pi}{2}$ ($|\sin i_{2e}| = \frac{n_2}{n_1}$ ($\sin i_{2e} = 1$))
 $\hat{i} \geq i_{2e} \Rightarrow$ réflexion totale
 Applica° de la réflex° tot°:

4 → Construc° de Descartes d'un rayon réfracté
 Cas où $n_1 < n_2$



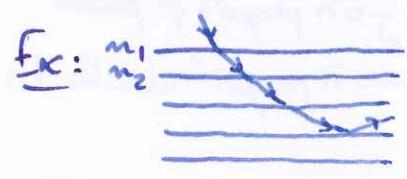
$$\left. \begin{aligned} |\sin \hat{i}_1| &= \frac{IH}{n_1} \\ n_1 |\sin \hat{i}_1| &= IH \\ n_2 |\sin \hat{i}_2| &= n_1 |\sin \hat{i}_1| \end{aligned} \right\} |\sin \hat{i}_2| = \frac{IH}{n_2}$$

Cas où $n_1 > n_2$



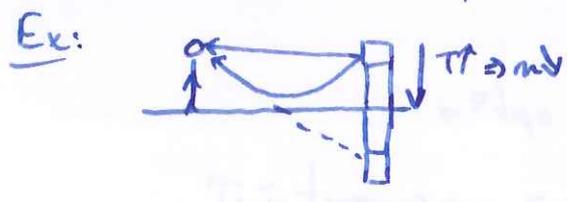
5 → Principe du retour inverse
 Le trajet suivi par la lumière ne dépend pas de son sens de propagation de sa direction

6 → Propaga° ds les milieus d'indice variable
 - Réfract° ds un milieu stratifié
 - Empilement de couches d'indices



Ex: $n_{k+1} < n_k \Rightarrow i_{k+1} > i_k$ jusqu'à réflexion tot°
 $n_k \sin i_k = n_{k+1} \sin i_{k+1}$
 ∀ k avec réflexion tot°: $n_k \sin i_k = \text{cte} = n_1 \sin i_1$

- Mirage
 ds un milieu d'indice variable, la lumière se propage plus en ligne droite



Syst^e Opt^a

I - No^o d'obj^l Image

1 -> Syst^e opt^a: Ensemble de dioptres et miroirs traversés par des rayons lumineux
 En prat^a les surfaces de sépara^o st simples

Ex: Prisme, lentilles, miroirs...

En cas d'absence de réflexion: syst^e dioptra
 - de prisms ↳ : syst^e catadioptra (que des miroirs: catoptra)

Un syst^e opt^a possède une face d'entrée E et une face de sortie S.
 Lumière → E → S → Lumière (dépend du sens de propaga^o de la lumière)
 Un syst^e opt^a est dit centré si les surfaces de sépara^o entre les milieux st des surfaces de révolu^o autour d'un m^e axe: l'axe du syst^e.

Axe de sym^e = axe opt^a (un rayon qui passe par le dernier n'est pas dévié)

2 -> Obj: faisce^x lumine^u incid^u Image: faisce^x lumine^u émerg^u
 Obj ponctuel: dim^o << distⁿ d'observa^o (ex: pixel, étoile)
 ↳ Obj étendu: Ensemble d'obj ponctuel

Obj Réel: Rayons émis st diverg^u S virtuel (après E, convergent)

Image Réelle: Rayons émerg^u convergent S virtuel (après S, divergent)

In. virt. S E Image réelle (SA' > 0)

Obj réel (SA > 0) Obj virtuel (EA < 0)

Ring: obj caractérisé par $\frac{EA}{SA}$

∞: \Rightarrow rayons //

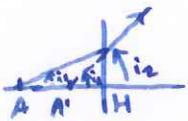
II - Stigmatisme & aplanétisme

↳ Pts conjugués: A est obj et A' image + cond^o de stigmatisme (ts les rayons issus de A convergent vers A')

$$\Sigma(A) = A' \quad (A \text{ est l'antécédent de } A')$$

↳ Un Σ (syst^e opt^a) est dit stigmat^a par A & A' sssi (l'image d'un pt est un pt)

Ex: - Miroir plan: stigmat^a
 - Dioptre plan



$$\begin{aligned} \tan i_1 &= \frac{AI}{AH} \quad \wedge \quad \tan i_2 = \frac{HI}{AH} \\ A' &= \frac{AH \tan i_1}{\tan i_2} = \frac{AH \sin i_1 \times \cos i_2}{\cos i_1 \times \sin i_2} = \frac{AH \sin i_1 \cdot n_2}{\cos i_1 \cdot n_1 \sin i_2} \sqrt{1 - \sin^2 i_2} \\ &= \frac{AH \cdot n_2}{n_1} \frac{\sqrt{1 - \frac{n_1^2 \sin^2 i_1}{n_2^2}}}{\cos i_1} = \frac{AH}{n_1} \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}{1 - \sin^2 i_1}} \end{aligned}$$

A' dépend de i_1 , il n'y a pas stigmatisme

Ms pr i_1 petit: $\sin^2 i_1 \ll 1$, on a $A'H = \frac{AH \cdot n_2}{n_1} \Rightarrow$ il y a stigmatisme approché

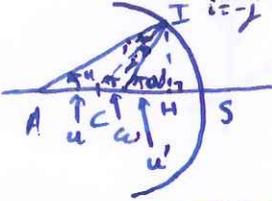
↳ Σ est dit aplanét^a par A & A' \in Axe opt^a si l'obj AB plan \perp Axe opt^a et une image A'B'

γ : grandisse^t transversal (pr AB transverse: $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$)

$$\gamma = \frac{\tan \theta}{\tan \theta'}$$

Miroirs sphériques

-> Formule de conjugaison



Ms les conditio d'approximⁿ de Gauss, les rayon paraxiaux u, u' et de w st "petits". On a $\tan u \approx u, \tan u' \approx u', \tan w \approx w$
 On peut aussi confondre H et S: $|HS| \ll |SA|, |SA'|$ et $|SC|$
 On obtient $\frac{HI}{AS} + \frac{HI}{A'S} = \frac{2HI}{CS}$

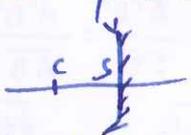
$u + u' = 2w$

$\Rightarrow \left[\frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC} \right]$

Formule de conjugaison ac origine au sommet

-> Représentaⁿ symbola

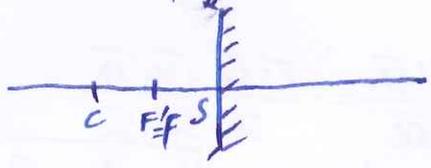
concave:



convexe



-> Foyers & distⁿ foc^l + Positⁿ des foyers



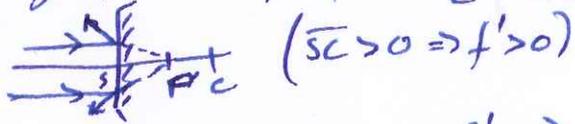
F' est le sym^é de A^{E(SC)} par le miroir
 $Ac \frac{1}{SA} + \frac{1}{SF'} = \frac{2}{SC}$ ← axe opt^q
 $SA \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{SA} \rightarrow 0 \Rightarrow \boxed{SF' = \frac{SC}{2}}$

De \bar{n} , $\overline{SF} = \frac{\overline{SE}}{2}$ (A^{E(SC)} est le sym^é de F par le miroir)

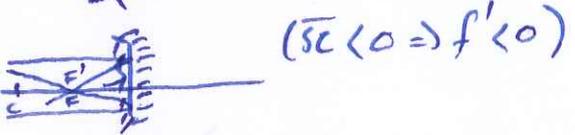
+ Vengⁿ & distⁿ foc^l

distⁿ foc^l obj: f , image f' — $f = f' = \frac{SC}{2}$

+ Mir. convexe = divergen^t

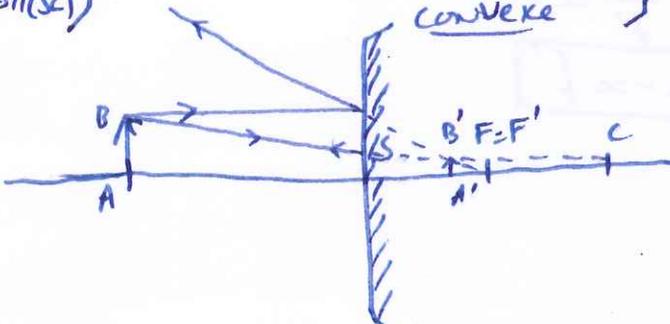
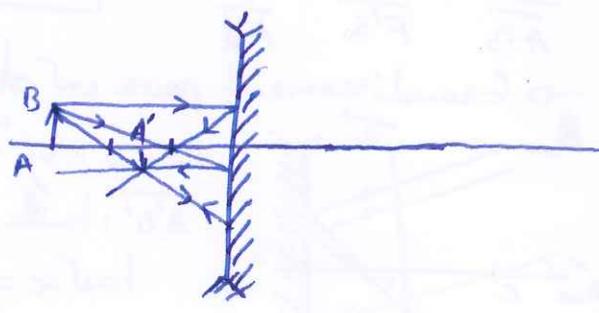
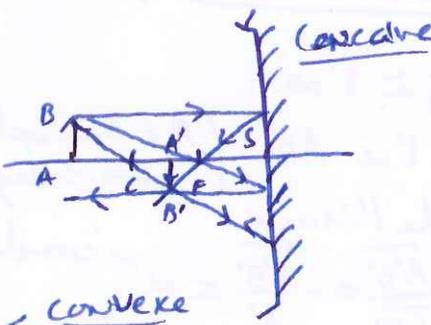
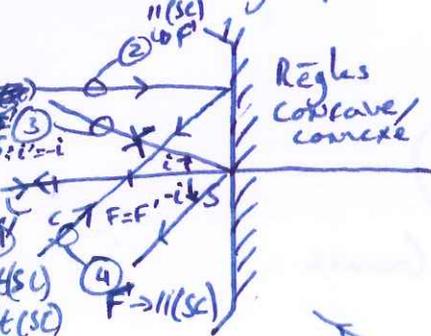


+ Mir. concave = convergen^t

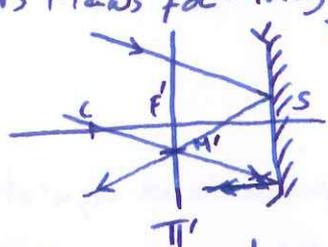


+ Vengⁿ: $V = \frac{1}{f'} [m^{-1}]$

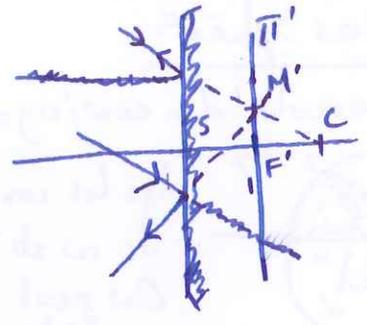
-> Construcⁿ grapha



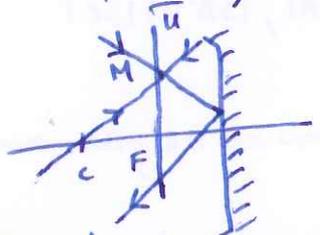
-> Plans focaux images



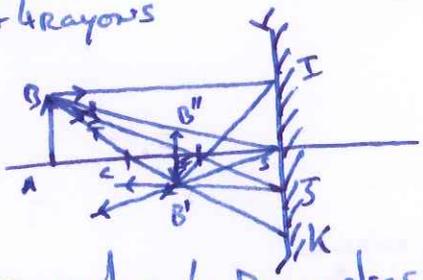
-> M: Foyer image second
 Tous les rayons // (CM) sont réfléchis en passant par M.



-> Plans focaux obj



-> Formules du miroir sphérique
 + 4 rayons



Thalès: $\frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

$\frac{\overline{FA}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{S'B'}} = \frac{\overline{AO}}{\overline{A'B'}}$

$\frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{S'I}} = \frac{\overline{A'O'}}{\overline{AB}}$

$\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = -\frac{\overline{AO}}{\overline{A'B'}}$

+ Formules de Descartes (origine au sommet)

$\frac{\overline{SA}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = -\frac{\overline{CA}}{\overline{CA'}} \Rightarrow \overline{CA'} \cdot \overline{SA} = -\overline{CA} \cdot \overline{SA'} \Rightarrow (\overline{CS} + \overline{SA}) \overline{SA} = -(\overline{CS} + \overline{SA}) \overline{SA'}$

$\frac{\overline{CS} \cdot \overline{SA} + \overline{SA}' \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} \cdot \overline{SA}' \cdot \overline{SC}} = -\frac{\overline{CS} \cdot \overline{SA} + \overline{SA}' \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} \cdot \overline{SA}' \cdot \overline{SC}}$
 $\frac{-1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}'} = \frac{1}{\overline{SA}} - \frac{1}{\overline{SA}'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}'} = \frac{2}{\overline{SC}}$

Grandissement: $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow \gamma = -\frac{\overline{SA}'}{\overline{SA}}$

+ Formules de Descartes (origine au centre)

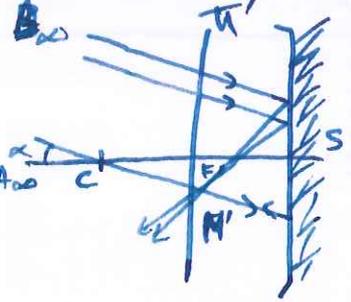
$\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$

$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$

+ Formules de Newton (origine au foyer)

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \Rightarrow \overline{FS} \cdot \overline{F'S'} = \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f^2$

-> Grandissement



pour un obj à l'∞
 pour un obj à l'∞ AB (A ∈ Axe opt^q, B ∈ rayons)

A'B': taille de l'image

tan α = $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{CF'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{f'} = \alpha$

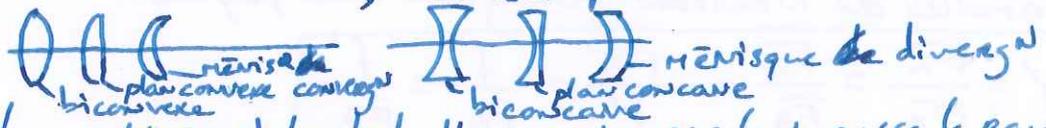
condi° de Gauss

$\Rightarrow \overline{A'B'} = -\alpha f'$

Les lentilles minces sphériques

I -> lentille sphérique : milieu transparent, homogène, isotrope limité par 2 dioptries sphériques, ou 1 sphérique et un plan.
 Les 2 dioptries doivent avoir un axe de symétrie de révolution

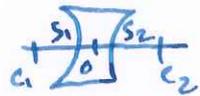
2 types : à bords minces ; à bords épais



Ring : centre opt O est le pt de l'axe opt par leq passe le rayon dt l'énergie est à l'incidence



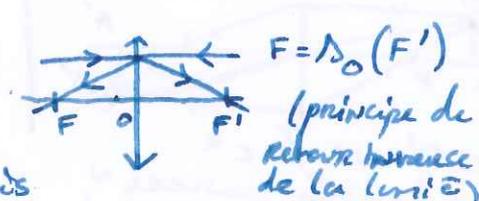
Lentille mince : se dit d'une lentille dt l'épaisseur $e = |S_1 S_2| \ll |C_1 S_1|, |C_2 S_2|$ et $|R_2 - R_1|$
 et la lentille est mince : $S_1 \approx S_2 \approx O$



à bords minces | à bords épais | Un rayon qui passe par O n'est pas dévié

II -> Si les condio d'approx de Gauss, les lentilles minces réalisent le stigmatisme et l'aplanétisme approchés, c'est un syst centré qui possède un centre opt O et 2 foyers F et F'

1 -> Foyers princip x + lentilles minces à bords minces



=> lentille converg N + De n pr les lentilles minces à bord épais

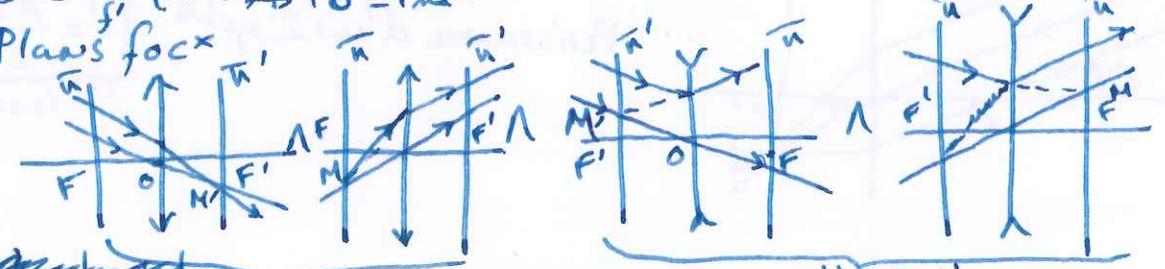


F et F' st virtuel

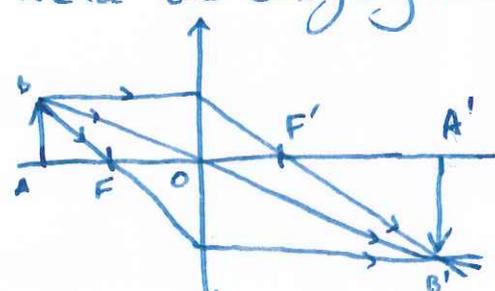
=> lentille diverg N + Dist N foc l converg N

$\Delta OF' = f' \wedge \Delta OF = f \Rightarrow f = -f'$
 -> l. converg N : $f' > 0$
 -> l. diverg N : $f' < 0$

$\Delta V = \frac{1}{f'}$ (en D) $\Rightarrow \Delta \delta = 1m^{-1}$
 2 -> Plans foc x



III -> Relat° de conjugaison et d'agrandissement Thalès OAB et OA'B'



-> Formules de Descartes (origine au centre)

$$y = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{F'A'}{F'O} = \frac{F'O + OA'}{F'O}$$

$$\Rightarrow \frac{F'O \cdot OA'}{F'O \cdot OA} = \frac{F'O \cdot OA + OA' \cdot OA}{F'O \cdot OA' \cdot OA} \Rightarrow \left[-\frac{1}{OA} + \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'} \right]$$

-> Formules de Newton (origine aux foyers)

$$y = \frac{F'A'}{F'O} = \frac{FO}{FA} = -\frac{F'A'}{f'} = -\frac{f}{FA} = \frac{f'}{FA}$$

$$-\frac{F'A'}{f'} = -\frac{f}{FA} \Rightarrow \boxed{FA \cdot FA' = ff' = -f'^2}$$

IV - Les construct

- > Rayons utiles
 - + passant par O -> non dévié
 - + // axe opt -> passe par F'
 - + passant par F -> // axe opt
- > Lentille converg

- + stigmatisme
- + aplanétisme

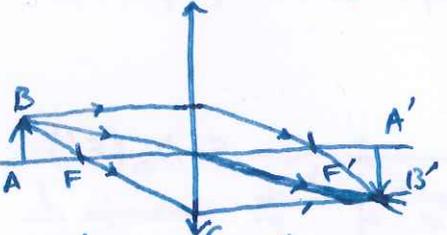


image réelle

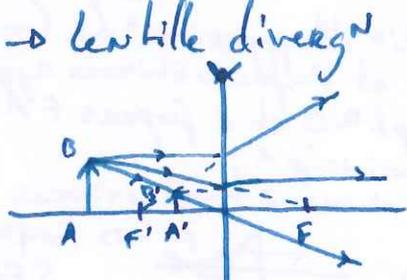
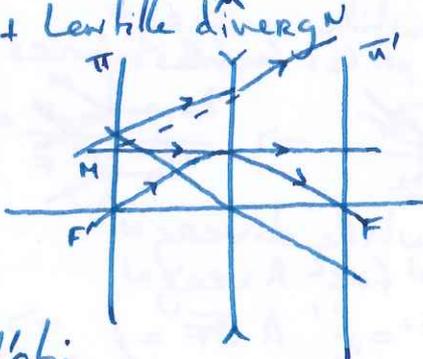
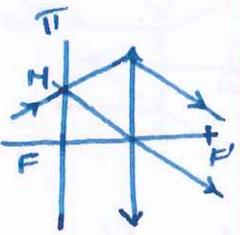
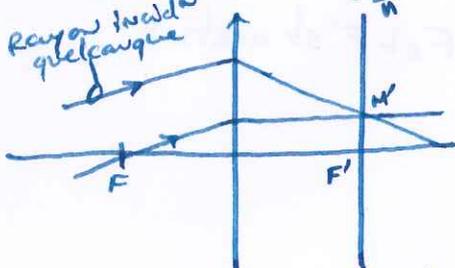
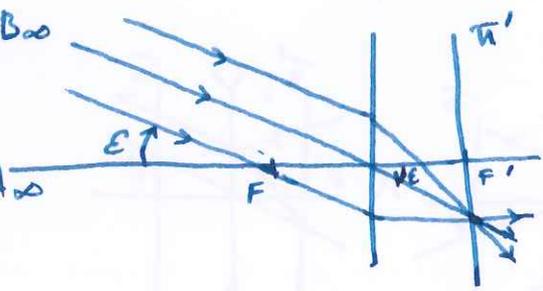


image virtuelle

-> Plans foc



-> Obj à l'∞ E = diamètre angul^r de l'obj



tan E = $\frac{A'B'}{OF'}$ car E ≪ 1 → $A'B' = E f'$

Puissance d'un Σopt^Q : $P = \frac{A'B'}{E} = f'$
↳ lentille mince

Electrocinétique

Lois générales des I'ARQS

ARQS : Approxima^o des Régimes Quasi-Station

I - Intensité et cour^N électriq

1 -> Déf: Courant électriq -> Mvt d'ensemble de port^o de charges

+ port^o de charges: Mét^x -> e⁻ libres (de charge -e)

Electrolytes ions (de charge Ze)

Semi-conduct^o -> e⁻ & trous (lacunes électron^o) (de charges -e etc)

2 -> Déplacements des port^o de charges

- déplacement microscop^o = agita^o perma^o V agita^o thermique

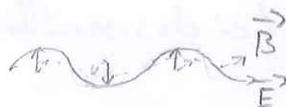
$\langle \vec{v} \rangle \leftarrow$ vit. moyenne $\wedge \langle \vec{v} \rangle = \vec{0} \quad \|\vec{v}\| \approx 10^6 \text{ m s}^{-1}$

$$\vec{v} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \vec{v}(t) dt$$

- déplacement macroscop^o sous l'ac^o d'un champ électriq \vec{E} des port^o de charges

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{\text{agita}^o} + \vec{v}_{\vec{E}}$$

$\langle \vec{v} \rangle \neq \vec{0}$ -> d'une seule particule



-> Sens cour^N de cour^N:

Les port^o de charges st soumis à $\vec{f} = q\vec{E}$

Sens cour^N = sens ds la q^o se déplacent ou se déplaceraient les charges +.

2 -> Intensité du cour^N électriq

Def: Quantité q^o de charges travers^o S par unité de tps.

$i = \frac{dq}{dt}$ -> i est une gr^o algébriq^o On oriente la surface

$i > 0$, Courant se dirige de A -> B

$$\vec{S} = S\vec{n}$$

II - Tension et potentiel

1 - Déf: On appelle tension la gr^o mesurée par un Voltmètre (c'est une f de potentiel)

Sub st notés u -> tensions

v -> potentiels

$$U_{AB} = V_B - V_A$$

$\leftarrow U_{AB}$



2 - Déf: On fixe $V=0$ à la masse mtr ou on détermine le potentiel des autres pts

III - Lois de Kirchhoff

2 -> Terminologie: électrocinétique: étude des cour^N + tensions

dipôle électrocinétique: H syst^o élect^o connecté à l'extérie^o par 2 bornes.

Réseau élect^o: associatio^o de dipôles

Dipôle:



Réseau:



noeud: pt de jonc^o relié à au - 3 dipôles électrocinétique

branche: por^o de circuit constituée par un ensemble de dipôles reu^o en série

dipôles en série: une borne commune + n cour^N

maille: ensemble de branche form^o une boucle fermée -

On est en régime continu si les les grad^u ψ est indépend^u du tps. régime variable.

Plsr-origines possibles: + modifia^o des condi^o extérie^u
+ condi^o extérie^u variables

Notre étude se situe ds l'approxim^a des régimes quasi-sta^o qui suppose qu'à un inst^a donné, l'intensité i est la même le long d'une branche (on néglige les phénomènes de propagation)

τ = délai après fermeture d'un circuit de $L=3m = \frac{L}{c} \approx 10^{-8}$
 T = tps caractérist^u du régime variable, on doit avoir $T \gg \tau$
 ou $f = \frac{1}{T} \ll 10^8 \text{ Hz}$

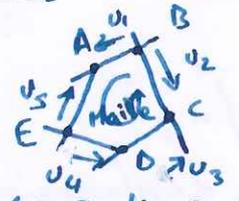
2 -> Loi des nœuds: Ns NARQS, il n'y a pas d'accumula^o de charges en un point du circuit
 + Pr n branches reliées à un nœud N
 Relation de charge entre t et $t+dt$
 $dq_1 + dq_5 - dq_2 - dq_3 - dq_4 = 0$



$$\sum_{k=1}^n E_k i_k = 0$$

i_k = intensité du cour^u ds la branche k
 $E_k = 1$ si i_k pointe vers N, $E_k = -1$ sinon

3 -> Loi des mailles



$$V_A - V_A = 0$$

$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_E + V_E - V_A = 0$$

$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DE} + u_{EA} = 0$$

$$u_1 - u_2 + u_3 + u_4 - u_5 = 0$$

-> Généralisa^o: pr une maille donnée, composée de N branches
 $\sum_{k=1}^N E_k u_k = 0$
 u_k = tensions aux bornes de la branche k
 $E_k = +1$, si ds le sens de l'orienta^o de la maille, -1 sinon

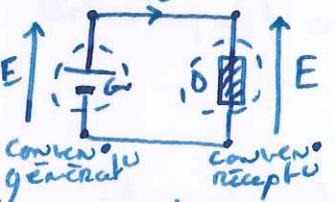
La \sum des tensions algébres u_k aux bornes de branches successives d'une maille parcourue ds un sens déterminé est nulle.

IV - Dipôle électrocinétique

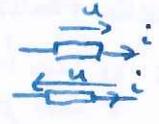
1 -> Nota^o et conven^o:



U_{AB} n'est algèbre



-> Le choix des orienta^o est arbitra^o
 + \vec{i} et \vec{u} st de même sens: conven^o générat^u
 + \vec{i} et \vec{u} st de sens s: conven^o récept^u



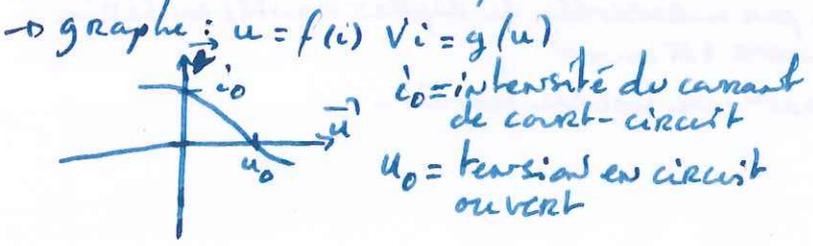
2 -> Aspect ER

st un dipôle de bornes A et B
 La puiss^a reçue par le dipôle à l'instant est $P(t) = U_{AB}(t) \cdot i_{A \rightarrow B}(t)$

Explicat^o
 $U_{AB} = V_A - V_B / i = \frac{dq}{dt}$
 $E_{PA} = dq V_A$
 $E_{PB} = dq V_B$
 $\rightarrow P = \frac{dE_P}{dt} = U_{AB} \cdot i$

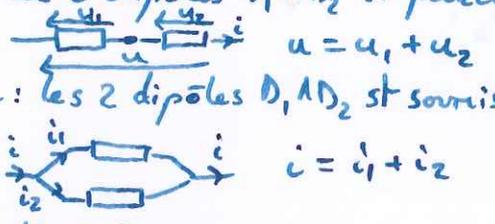
Reçue lorsq^u u et i st en conven^o récept^u
 -> Pr un récept^u: $P > 0$
 Le sens réel du cour^u est celui des potentiels décroiss^u
 Le dipôle reçoit de l'E, tq $E = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt > 0$
 -> Pr un générat^u: $P < 0$

3 -> Caractérist^u d'un dipôle



Déf° : Dipôle = passif si sa caractéristique passe par l'origine (s'actif)
 + Dipôle = linéaire si la tension u à ses bornes et l'intensité du courant qui le parcourt si leur valeur est liées par une relation affine
 Exemples : conduct^o ohmique en conv. récept^o $u = Ri$
 - bobine $u = L \frac{di}{dt}$
 + Dipôle = symétrique si sa caractéristique ne change pas lorsqu'on inverse les bornes d'entrée et de sortie
 Sa symétrique caractéristique est symé par rap. à $y = -x$

4 Associa° de dipôles
 ∃ une pléiade d'associa°
 → série : les 2 dipôles D_1, D_2 st parcourus par le m^e cour^o (ils ont une borne commune)
 → parallèle : les 2 dipôles D_1, D_2 st soumis aux m^e tensions (ils st reliés aux 2 m^e nœuds)

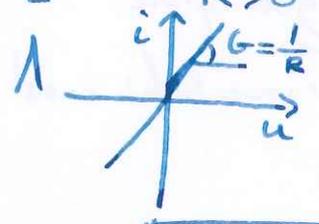
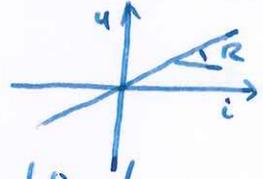


V - Dipôles linéaires

1 → Conduct^o ohm^o

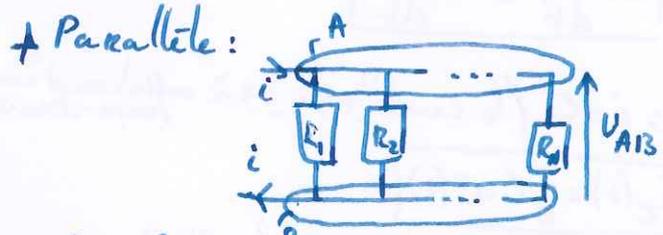


Caractéristique : dipôle qui suit la loi d'Ohm : $u = Ri$
 en conv. récept^o - $R > 0$
 $G = \frac{1}{R}$
 $u = \frac{1}{G} i$
 (en conv. récept^o)



Associa° de conduct^o ohm^o

→ Série : $R_{eq} = \sum_{k=1}^N R_k$ (loi d'additivité des tensions + loi d'ohm)
 $\frac{1}{G_{eq}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{G_k}$



→ Parallèle : $\forall k \in \{1, N\}, u = R_k i_k$
 Loi des nœuds : $i = \sum_{k=1}^N i_k = \sum_{k=1}^N \frac{u}{R_k} = u \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$
 $u = R_{eq} i \Rightarrow i = \frac{u}{R_{eq}}$
 $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} \rightarrow G_{eq} = \sum_{k=1}^N G_k$

- $R_1 // R_2 : R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- + Pr N résist^o id : $R_{eq} = \frac{R}{N}$
- + $\forall k \in \{1, N\}, R_{eq} < R_k$
- + s'il y a un fil ($\exists k / R_k = 0$)

Aspect EQ



$P(t) = u(t) \times i(t)$

On considère R_k négligeable face aux autres résist^o - Ttes les résist^o st en court-circuit. R_{eq} est fil
 $\wedge u(t) = Ri(t) \wedge i(t) = \frac{u(t)}{R} \rightarrow P(t) = Ri^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$ ($P(t) > 0$, un résistor se comporte tjz comme un récepteur)
 L'E reçue par le résistor ent^o et R_2 : $W = \int_{t_1}^{t_2} \delta W \cdot \delta W = P dt$
 $W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{u^2(t)}{R} dt$
 Cl° : il faut connaître $u(t)$ ou $i(t)$
 En prat^o, cette E est dissipée par effet Joule (sans faire de bruit) -

2 -> Bobine idéale

+ PL² d'autoinduc^o -> Champs magnét^a se crée
 ← uⁱ ou ← uⁱ $u = L \frac{di}{dt}$ en conv. récept^o
 H (courant^a ≈ mat^l)

+ EN régime continu → u(t) = cste et i(t) = cste ⇒ ∇i, u = 0 (la bobine est (≡) à un fil)

Aspect E^q: P(t) = u(t) × i(t) en conv. récept^o
 = L $\frac{di(t)}{dt}$ × i(t)
 = $\frac{d}{dt} (\frac{1}{2} Li^2(t))$
 On pose $E_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$

W = l'E reçue par la bobine entre t₁ et t₂.

$W = \int_{t_1}^{t_2} \delta W$ ac $\delta W = P(t) dt$

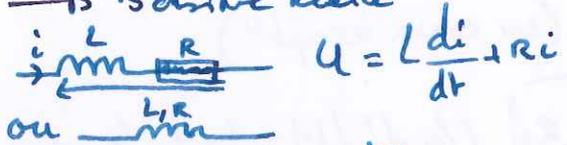
$W = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} (\frac{1}{2} Li^2(t)) dt$

$W = [\frac{1}{2} Li^2(t)]_{t_1}^{t_2}$

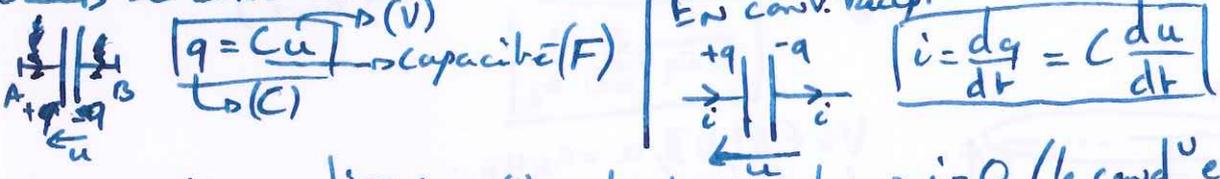
$W = El(t_2) - El(t_1)$

Rmq ▽ La puissⁿ reçue est une grad^o finie
 ⇒ i(t) est une f^o continue

L'intensité du courant parcour^o une bobine est continue
 → Bobine réelle



3 -> Le condensat^o



+ EN régime continu → u(t) = cste ∧ i(t) = cste ⇒ i = 0 (le cond^o est (≡) à un interrupt^o ouvert / coupe-circuit)

Aspect E^q: P(t) = u(t) × i(t)
 = C $\frac{du}{dt}$ × u(t)
 = $\frac{d}{dt} (\frac{1}{2} Cu^2(t))$
 On pose $E_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t)$
 E_C(t) est l'E enmagazinée par le cond^o à t.

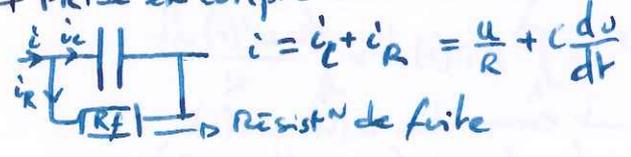
W = l'E reçue par le cond^o entre t₁ et t₂

$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$

$W = E_C(t_2) - E_C(t_1)$

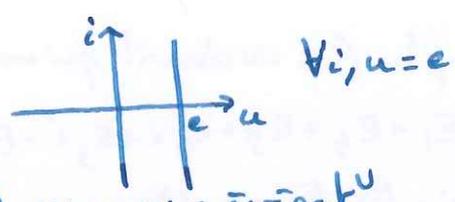
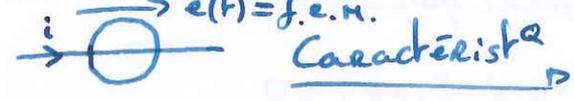
Rmq ▽ P est finie ⇒ i(t) est continue
 Un cond^o impose la continuité de la tension à ses bornes

+ Prise en compte d'une résistⁿ de fuite (Cond^o réel)



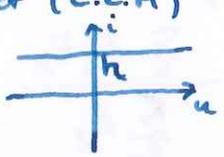
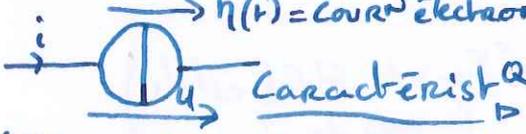
4 -> Générateur

4.1 Source idéale de tension
 $e(t) = f.e.m.$

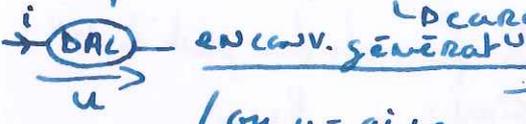


Aspect E^Q : $P(t) = u(t) \times i(t)$ en conv. générat^U
 PR $u(t) = E \Rightarrow P(t) = E \cdot i(t)$

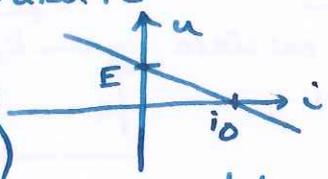
4.2 Source idéale de courant
 $i(t) = \text{courant électromot}^U$ (c.e.m.)



4.3 Dipôle actif linéaire



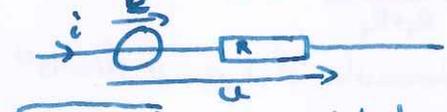
en conv. générat^U la caractéristique est une droite
 $\frac{u}{e} + \frac{i}{i_0} = 1$
 (ou $u = a i + e \rightarrow 0 = a i_0 + e \Rightarrow a = -\frac{e}{i_0}$)
 $u = e - \frac{e}{i_0} \times i$ ou $i = i_0 - \frac{i_0}{e} u$



Rmq: $\frac{e}{i_0}$ est homogène à une résistance

conv. générat^U

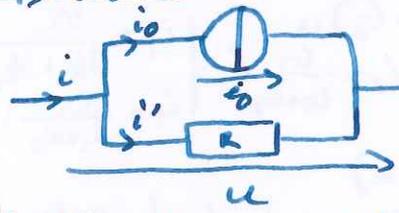
Modèle de Thévenin



$R = \frac{e}{i_0}$ (R = résist^U interne)

e: f.e.m de la source idéale de tension
 $u = e - R i$

Modèle de Norton



$u = -R i'$ (loi d'Ohm)
 $i = i_0 + i'$ (loi des nœuds)
 $i = i_0 - \frac{u}{R}$

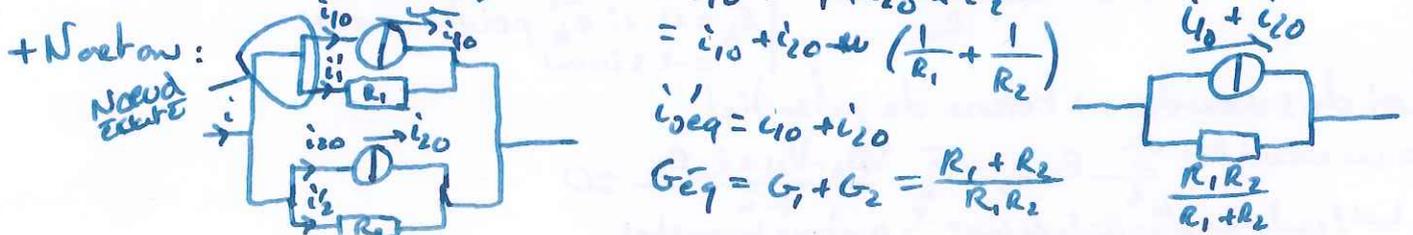
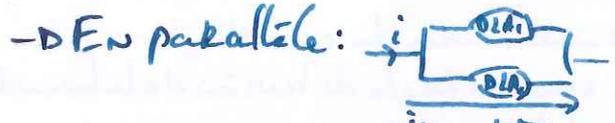
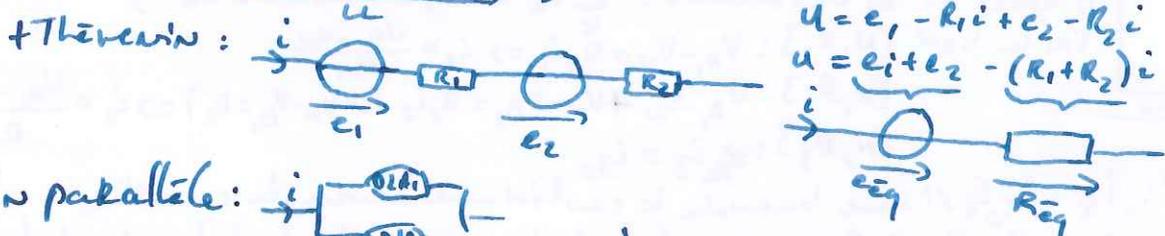
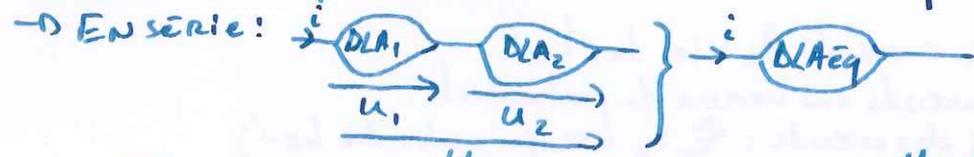
Th générat^U linéaire ayant une résist^N ou conduct^N interne non nulle peut se représenter sous les deux modèles

$\frac{u}{e} + \frac{i}{i_0} = 1$

Thévenin: ①
 $e = e, R' = \frac{e}{i_0}$
 Norton: ②
 $i' = i_0 - \frac{u}{R''}$
 $i_0 = i_0, R'' = \frac{e}{i_0}$

① → ② $i_0' = \frac{e}{R'}, R'' = R'$
 ② → ① $e' = R'' i_0 \wedge R' = R''$

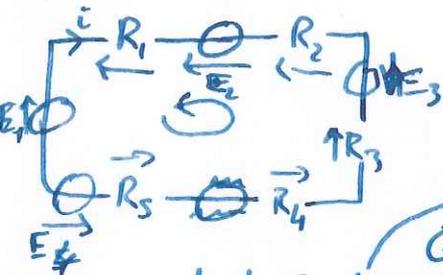
Associa^U de dipôles linéaires



Lois générales des RÉS x linéR

1 -> Loi de Pouillet

On considère un circuit simple (ie. un circuit qui ne forme qu'une seule boucle)



$$-E_1 + E_4 + R_5 i + R_4 i + R_3 i - E_3 + R_2 i + E_2 + R_1 i = 0$$

$$i = \frac{E_1 - E_4 - E_3 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$$

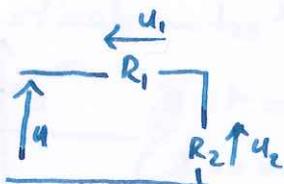
~~Constante (résistance)~~ pas forcet
Généralisa!

Le long d'un circuit simple $\rightarrow i = \frac{\sum_k E_k E_k}{\sum R_k}$ ($E_k = +1$ si E_k est ds le sens de \vec{i})

2 -> Les parts divis

2.1 -> divis^u de tension

On considère R_1 et R_2 en série
2 résistors



D'après la formule du part divis^u de tension: $u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$

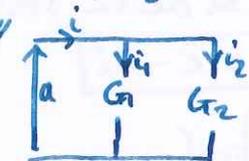
$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

$$\text{Donc } u = (R_1 + R_2) i$$

$$i = \frac{u}{R_1 + R_2} \text{ et } u_1 = R_1 i \Rightarrow u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u$$

2.2 -> divis^u de courR

On considère 2 conduct^u ohm^u



D'après la formule du part divis^u de courR:

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \quad i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

$$\text{Donc } i = (G_1 + G_2) u$$

$$i_1 = G_1 u \rightarrow i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i$$

$$\left| \begin{aligned} i_1 &= \frac{VR_1}{VR_1 + VR_2} i \times \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2} \\ i_1 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \end{aligned} \right.$$

Note: Thé de superposi^o (dipôle actif linéR)

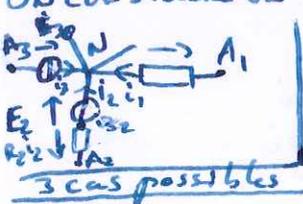
tension entre 2 nœuds d'un circuit = Σ tensions de chaq dipôle pris seul

3 -> Thé de superposi^o

ds un rés^x linéR le courR (ou tension), créé(e) ds une branche par plsr sources non connectées est = à la Σ algèbre² des courR (des tensions) produits(es) ds cette m^e branche par les \neq sources ag^{iss}nt séparét

4 -> Thé de Millmann

On considère un nœud N relié à \neq nœuds A_k via des brN



4.1 - Loi des nœuds en terme de potentiel
D'après la loi des nœuds: $\sum i_k = 0$ (n = nombre de brN)

$$\text{PR la brN } [N, A_1]: V_{A_1} - V_N = R_1 i_1 \Rightarrow i_1 = \frac{V_{A_1} - V_N}{R_1}$$

$$[N, A_2]: V_{A_2} - V_N + V_N - V_{B_2} = R_2 i_2 \text{ (et } V_N - V_{B_2} = E_2) \Rightarrow i_2 = \frac{V_{A_2} - V_N + E_2}{R_2}$$

$$[N, A_3]: V_{A_3} - V_N = R_3 i_3 = i_3$$

Généralisa^o: $i_k = i_{k0} E_k$ si une branche k contient une source de courR i_{k0}

$$+ i_k = \frac{V_{A_k} - V_N + E_k E_k}{R_k}$$

E_k : fem de la source idéale de tension de la branche k
 $E_k = +1$ si \vec{e}_k pointe vers N
 $E_k = -1$ sinon

Loi des nœuds en terme de potentiel

$$\text{PR un nœud N: } \sum E_k i_{k0} + \sum \frac{V_{A_k} - V_N + E_k E_k}{R_k} = 0$$

la brN contenant une source idéale de courR / autres branches

4.2 -> Thé de Millmann

$$\sum_e E_e i_{e0} = - \sum_k \frac{V_{Ak} - V_N + E_k c_k}{R_k} \Rightarrow \sum_e E_e i_{e0} + \sum_k \frac{V_{Ak} + E_k c_k}{R_k} = \sum_k \frac{V_N}{R_k}$$

$$\boxed{V_N \left(\sum_k \frac{1}{R_k} \right) = \sum_k \frac{V_{Ak} + E_k c_k}{R_k} + \sum_e E_e i_{e0}}$$

-> Cas particulier (ac 2 nœuds)

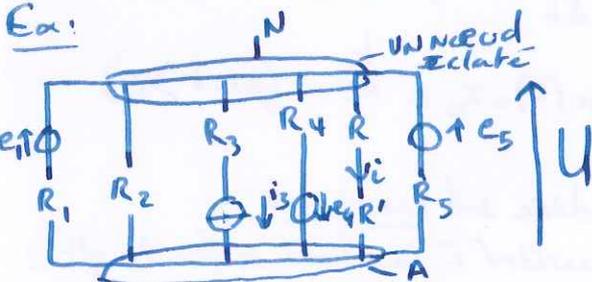
Si N brève //, ts les A_k correspondent au nœud A -

$$\text{Ainsi, } V_N \left(\sum_k \frac{1}{R_k} \right) = \sum_k \frac{V_A}{R_k} + \sum_k \frac{E_k c_k}{R_k} + \sum_e E_e i_{e0}$$

$$\left(\sum_k \frac{1}{R_k} \right) (V_N - V_A) = \sum_k \frac{E_k c_k}{R_k} + \sum_e E_e i_{e0}$$

$$\boxed{\left(\sum_k \frac{1}{R_k} \right) U = \sum_k \frac{E_k c_k}{R_k} + \sum_e E_e i_{e0}}$$

Ex:



$$U = (R + R') i$$

Thé de Millmann:

$$U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R + R'} + \frac{1}{R_5} \right) = \frac{e_1}{R_1} - i_3 - \frac{e_4}{R_4} + \frac{e_5}{R_5}$$

Dipôles linéaires passifs RC, RL et RLC en régime transitoire

Def°: Régime transitoire: régime durant lequel on passe d'un régime permanent à un autre.
 Régime permanent: les caractéristiques de i ou u ne varient pas au cours du tps.

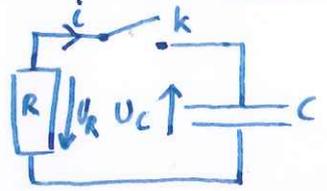
I - RC/RL

↳ Etablir le régime libre

sa caractéristique ne dépend pas des autres composants du circuit

Def° Régime libre d'un circuit = régime observé lorsqu'on les sources non commandées et éteintes

1.1 -> Pr un circuit RC:



À $t < 0$, le condensat^u est chargé, ac la charge q_0
 à $t = 0$, on ferme l'interrupt^u
 D'après la loi des mailles: $u_C(t) + u_R(t) = 0$ (pr $t > 0$)
 $u_C(t) + RC \frac{du_C(t)}{dt} = 0$
 $q(t) + RC \frac{dq(t)}{dt} = 0$

De n°, $\frac{1}{C} i(t) + R \frac{di(t)}{dt} = 0$
 $\frac{1}{RC} u_R(t) + \frac{du_R(t)}{dt} = 0$

$RC \frac{dx}{dt} + x = 0 \Rightarrow x(t) = x_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ (pr $t > 0$)

En notⁿ x la grand^u étudiée, pr déterminer x_0 , il faut connaître une cond^o initiale.
 Pr fr le lien entre 0^- et 0^+ , il faut que la grand^u étudiée soit constante -
 Or ce circuit, le cond^u impose la continuité de la tension à ses bornes (ou de $q(t)$)
 C1°: il faut travailler sur $u_C(t)$ ou $q(t)$

Loi des mailles: $u_C + u_R = 0$ ($u_R = Ri$, $i = \frac{dq}{dt}$, $q = Cu_C$) $\Rightarrow u_C + RC \frac{du_C}{dt} = 0$

(Equa° diff. linéaire du 1^{er} ordre à coeffst homog^è) \rightarrow 2nd membre est nul.

La sol^o est de la forme: $u_C(t) = A e^{-\frac{t}{RC}}$

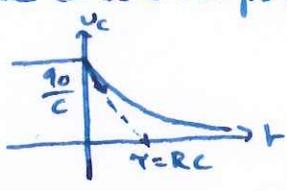
Le cond^u impose la continuité de u_C , donc:
 $u_C(0^+) = u_C(0^-) = \frac{q_0}{C}$ d'où $A = \frac{q_0}{C} \Rightarrow u_C(t) = \frac{q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$

Vérifica° de l'homogénéité: $\frac{q_0}{C}$ est homog^è à une tension $[RC] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{[Q]}{[U]} \wedge [I] = \frac{[Q]}{[T]} \Rightarrow [RC] = [T]$

En posⁿ $RC = \tau$, on caractérise τ comme la cste de tps caractéristique du régime transitoire

Vérifica° des limites
 $u_C(0) = \frac{q_0}{C}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} u_C = 0$

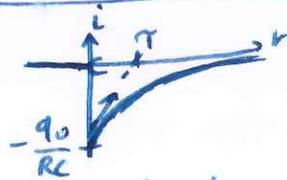
+ Graph^e:



Equa° de la tang^{ente} à l'origine
 $y = \frac{du_C(0^+)}{dt} x + u_C(0^+)$
 $y(t) = -\frac{q_0}{C\tau} x + \frac{q_0}{C}$

On veut $y(t) = 0$

soit $t = \tau + A$ propos de $i(t)$
 $i = C \frac{du_C}{dt}$ pr $t > 0$, $i(t) = -\frac{q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$

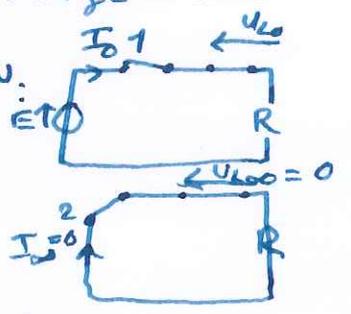


i est discontinue à l'établissement du régime libre
 $i < 0 \leftrightarrow$ décharge du cond^u

1.2 -> Pr un circuit RL:



À $t = 0$, k passe de la pos^o 1 à la pos^o 2 -
 À $t < 0$, le régime est continu, circuit équivalⁿ:
 À $t \rightarrow \infty$, u



Régime transitoire $t > 0$:
 La bobine impose la continuité de i entre $t < 0$ et $t > 0$.

D'après la loi des mailles: $Ri + L \frac{di}{dt} = 0$

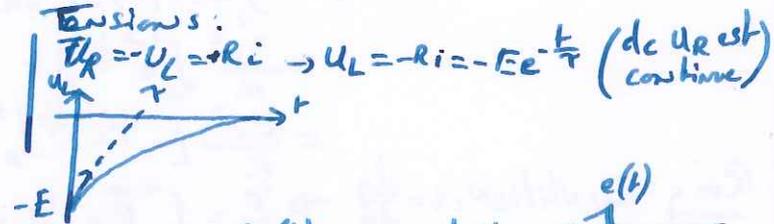
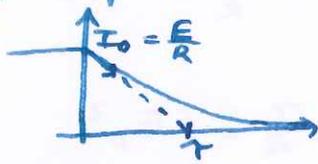
On a $i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ ac $\tau = \frac{L}{R}$ cste de tps caractéristique du régime transitoire PR RL en série -

$$[Y] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[T][U]}{[I][U]} [I] = [T]$$

A = cste d'intégration - La bobine impose la continuité du cour^U qui la parcourt
 On a dc: $i(0^-) = i(0^+)$

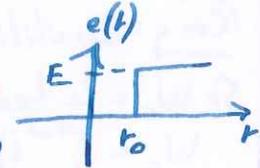
N'ou $A = \frac{E}{R}$ $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$ pr $t \geq 0$
 $I_0 = \frac{E}{R} = A$

Représenta^U graph^U:

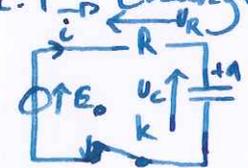


2.0 Réponse à un échelon de tension

Une source de tension de fem $e(t)$ définie par: $\begin{cases} e(t) = 0 & \text{pr } t < t_0 \\ e(t) = E & \text{pr } t > t_0 \end{cases}$



2.1 -> Charge du cond^U



Le cond^U est initialement déchargé (régime libre de RC)

At=0, on ferme k.

$$u_c = \frac{q}{C} \wedge i = \frac{dq}{dt} \rightarrow i = C \frac{du_c}{dt}$$

D'après la loi des mailles, on a: $u_c + RC \frac{du_c}{dt} = E_0 \rightarrow RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E_0$

Eq dif lin^U R du 1^{er} ordre à coef cst^U de 2nd membre - non homogène

$u(t)$ est la Σ de la sol^U de l'équation homog^U $RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

une sol^U particulière tel que $u_{c\text{part}} = \text{cste}$:

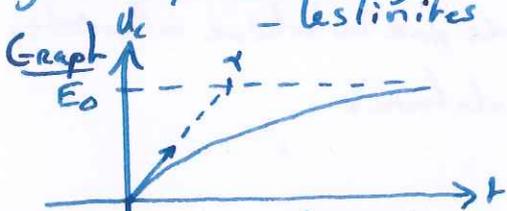
$$RC \frac{du_{c\text{part}}}{dt} + u_{c\text{part}} = E_0 \rightarrow u_{c\text{part}} = E_0$$

Ainsi $u_c(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} + E_0$ (-> on pose tjr $\tau = RC$) tps de relax^U

Det, le cond^U impose la continuité de la tension à ses bornes:

$$u_c(0^-) = u_c(0^+) \quad \left. \begin{array}{l} 0 = A + E_0 \\ u_c(t) = E_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \end{array} \right\} \text{pr } t \geq 0$$

Tjr vérifier - l'homogénéité de la formule - les limites



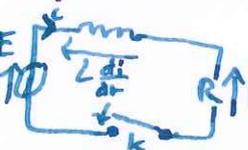
Note: $u(t) = at + b = 0$ - Eq de la tang^U à l'origine
 $a = \frac{du_c}{dt} = \frac{E_0}{\tau}$, $u(t) = \frac{E_0 t}{\tau}$
 At = τ , $u(t) = E_0$

Pr $i(t)$: $i = C \frac{du_c}{dt}$ pr $t > 0$
 ou $i = \frac{U_R}{R} = \frac{E_0 - u_c}{R}$

$$i(t) = \frac{C}{\tau} E_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



2.2 -> Etablisse^U d'un régime inductif



$$E_0 = L \frac{di}{dt} + Ri \quad (\text{loi des mailles})$$

$$\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = \frac{E_0}{R} \rightarrow i(t) = A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E_0}{R}$$

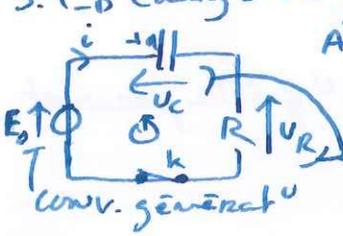
La bobine impose i continue: $i(0^+) = i(0^-)$
 $\frac{E_0}{R} + A = 0$

$$i(t) = \frac{E_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{ac } \tau = \frac{L}{R}$$

Vérifica^U
 $\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \frac{E_0}{R}$

3 -> Aspect énergie et Q

3.1 -> Charge du cond^u



A' t=0 on ferme K

D'après la loi des mailles: $U_R + U_C - E_0 = 0$

$$E_0 i = U_R i + U_C i$$

St \mathcal{E} , l'E fournie par la source de tension lors de la charge du cond^u

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \int_0^{+\infty} E_0 i(t) dt \text{ on } i(t) = \frac{E_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ ac } \tau = RC \\ &= \frac{E_0^2}{R} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t}{\tau}} dt \\ &= \frac{E_0^2}{R} \left[-\tau e^{-\frac{t}{\tau}} \right]_0^{+\infty} = \frac{\tau}{R} = C E_0^2 \end{aligned}$$

Rmq: En utilisant: $i = \frac{dq}{dt}$

$$\mathcal{E} = \int_0^{+\infty} E_0 \frac{dq}{dt} dt = E_0 [q(t)]_0^{+\infty} = C E_0^2$$

St W_C = le travail reçu par le cond^u au cours de sa charge

$$\begin{aligned} W_C &= \int_0^{+\infty} P_C(t) dt \\ &= \int_0^{+\infty} U_C(t) \cdot i(t) dt \\ &= \int_0^{+\infty} U_C C \frac{dU_C}{dt} dt \end{aligned} \quad W_C = \left[\frac{1}{2} C U_C^2(t) \right]_0^{+\infty} = \frac{1}{2} C E_0^2$$

$$\boxed{W_C = \frac{1}{2} \mathcal{E}}$$

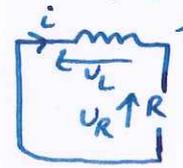
St W_R = le travail reçu par le résistor lors de la charge

$$\begin{aligned} W_R &= \int_0^{+\infty} U_R(t) \cdot i(t) dt \\ &= \int_0^{+\infty} R i^2(t) dt \\ &= \int_0^{+\infty} R \frac{E_0^2}{R^2} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt \end{aligned} \quad W_R = \frac{E_0^2}{R} \left[-\frac{C}{2} e^{-\frac{2t}{\tau}} \right]_0^{+\infty} = \frac{1}{2} C E_0^2$$

$$\boxed{W_R = \frac{1}{2} \mathcal{E}}$$

Il y a équipart^o de l'E fournie par le générat^u entre le cond^u et le cond^u ohm.

3.2 -> Régime libre du circuit RL



prt > 0 - sachⁿ que prt < 0, $i = I_0$

D'après la loi des mailles: $U_L + U_R = 0$
 $U_L i + U_R i = 0$

$$\int_0^{+\infty} U_L i dt + \int_0^{+\infty} U_R i dt = 0$$

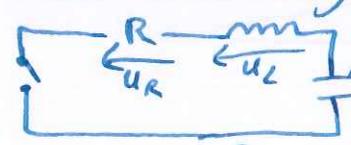
E reçue par la bobine = varia^o d'E emmagasinée par la bobine entre 0 et t

$$\begin{aligned} W_L &= \mathcal{E}_L(+\infty) - \mathcal{E}_L(0) \\ &= -\frac{1}{2} L i_0^2 < 0 \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} W_R &= -W_L \\ &= \frac{1}{2} L i_0^2 \end{aligned} \right. \text{ (Vérifica^o calcul bobine)}$$

II - RLC-Série

1 - Etablissement du régime libre

A' t=0, on ferme K.



prt < 0, régime continu A C porte Q_0

D'après la loi des mailles: $U_R + U_L + U_C = 0$

$$RC \frac{dU_C}{dt} + LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + U_C = 0$$

$$R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} i = 0$$

∀ grad^u φ, not^o x:

$$\boxed{\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dx}{dt} + \frac{x}{LC} = 0}$$

→ Résolution de l'équation

Vérification de l'homogénéité $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dx}{dt} + \frac{x}{LC} = 0$ [T]²

(On cherche des sol^o sous la forme: $x(t) = Ae^{rt}$,
d'où $A r^2 e^{rt} + \frac{AR}{L} r e^{rt} + \frac{A}{LC} e^{rt} = 0$
 $A e^{rt} (R^2 + \frac{R}{L} R + \frac{1}{LC}) = 0$)

Equa^o caractéristique associée: $R^2 + \frac{R}{L} R + \frac{1}{LC} = 0$ (1)

$\Delta = \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}$ ac Δ le discriminant de (1)
i) Si $\Delta > 0$, $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$R_{(1,2)} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} < 0$

La sol^o est sous la forme $x(t) = \frac{Ae^{R_1 t} + Be^{R_2 t}}{T}$ cste d'iso

ii) Si $\Delta = 0$ ($\Rightarrow R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$)

$R = -\frac{R}{2L} < 0$

$x(t)$ est sous la forme $x(t) = \frac{(At + B)e^{Rt}}{T}$ cste d'iso

iii) Si $\Delta < 0$, $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

$R_{(1,2)} = -\frac{R}{2L} \pm j \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$ ($j^2 = -1$)

La sol^o est sous la forme $x(t) = A e^{-\frac{R}{2L}t} e^{j \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t} + B e^{-\frac{R}{2L}t} e^{-j \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t}$
 $= e^{-\frac{R}{2L}t} (A \cos \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t + jA \sin \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t) + B \cos \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t - jB \sin \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}t$

Avec A et B complexes, $x(t)$ est sous la forme:

$x(t) = e^{-\frac{R}{2L}t} (A' \cos(\omega t) + B' \sin(\omega t))$ ac $\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$

ou $x(t) = \frac{A'' e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi)}{T}$ $\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$ cste d'iso

Passer de l'un à l'autre: $\cos(\omega t + \varphi) = \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \sin \varphi$

$A'' \cos \varphi = A'$ ou $A'' = \sqrt{A'^2 + B'^2}$
 $-A'' \sin \varphi = B'$ or $\tan \varphi = -\frac{B'}{A'}$

→ Conditions initiales:

- bobine impose la continuité de i

- cond^o u_c
Pe $u_c(t)$ $u_c(0^+) = u_c(0^-) = \frac{Q_0}{C}$, Det, $i(0^+) = i(0^-) = 0$

or $i(t) = C \frac{du_c}{dt}$ d'où $(\frac{du_c}{dt})_{t=0^+} = 0$

Pi(t) $i(0^+) = i(0^-) = 0$

Loi des mailles à $t = 0^+$, $Ri(0^+) + L(\frac{di}{dt})_{t=0^+} + u_c(0^+) = 0$
 $= \frac{Q_0}{C}$

$(\frac{di}{dt})_{t=0^+} = -\frac{Q_0}{LC}$

-> Forme des sol^o $\rightarrow \Delta > 0$

$$u_c(t) = A e^{R_1 t} + B e^{R_2 t}$$

$$u_c(0^+) = A + B = \frac{Q_0}{C} \quad \text{et} \quad \left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0^+} = R_1 A + R_2 B = 0$$

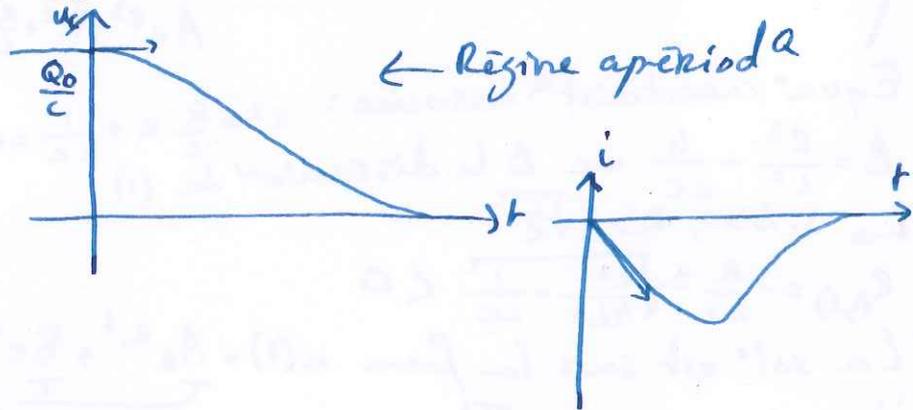
$$B = -\frac{R_1}{R_2} A \quad \text{et} \quad A \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{Q_0}{C}$$

$$A = \frac{Q_0}{C} \cdot \frac{R_2}{R_2 - R_1}$$

$$B = \frac{Q_0}{C} \cdot \frac{R_1}{R_1 - R_2}$$

$$u_c(t) = \frac{Q_0}{C \sqrt{\Delta}} \left(-R_2 e^{R_1 t} + R_1 e^{R_2 t}\right)$$

$$R_1 R_2 = \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{1}{LC}} = \sqrt{\Delta}$$



← Régime aperiodique

-> Forme des sol^o $\rightarrow \Delta \leq 0$

$$R = -\frac{R}{2L} = -\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{-2}{RC}$$

$$\sqrt{LC} = \frac{R \sqrt{C}}{2}$$

$$u_c(t) = A + Bt \quad \text{ac} \quad u_c(0) = A = \frac{Q_0}{C}$$

$$\frac{du_c}{dt} = e^{-\frac{t}{\sqrt{LC}}} \left(B - \frac{1}{\sqrt{LC}}(A + Bt)\right) \quad \wedge \quad \left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0} = B - \frac{A}{\sqrt{LC}} = 0 \Rightarrow B = \frac{A}{\sqrt{LC}}$$

$$u_c(t) = \frac{Q_0}{C} \left(1 + \frac{t}{\sqrt{LC}} e^{-\frac{t}{\sqrt{LC}}}\right)$$

Retour au régime libre sans oscillation

-> Régime critique = régime transitoire le + court

-> Forme des sol^o $\rightarrow \Delta < 0$

$$R_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$$

$$u_c(t) = A e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{ac} \quad \omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2} \quad \text{ac} \quad u_c(0^+) = A \cos \varphi = \frac{Q_0}{C}$$

$$\text{Et} \quad \frac{du_c}{dt} = A e^{-\frac{Rt}{2L}} \left(-\frac{R}{2L} \cos(\omega t + \varphi) - \omega \sin(\omega t + \varphi)\right)$$

$$\left(\frac{du_c}{dt}\right)_{t=0^+} = A \left(-\frac{R}{2L} \cos \varphi - \omega \sin \varphi\right)$$

$$A \cos \varphi = \frac{Q_0}{C}, \quad \frac{R}{2L} A \cos \varphi = -A \omega \sin \varphi = \frac{R Q_0}{2LC}$$

$$\begin{cases} A \cos \varphi = \frac{Q_0}{C} \\ A \sin \varphi = -\frac{R Q_0}{2LC \omega} \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \pm \sqrt{A^2 \cos^2 \varphi + A^2 \sin^2 \varphi} \\ \tan \varphi = -\frac{R}{2L \omega} \end{array} \right.$$

$$\text{Si on prend } A > 0, \quad A = \frac{Q_0}{C} \sqrt{1 + \frac{R^2}{4L^2 \omega^2}} = \frac{Q_0}{C}$$

$$A \cos \varphi > 0 \rightarrow \cos \varphi > 0 \quad \wedge \quad \tan \varphi = -\frac{R}{2L \omega} \quad \text{ac} \quad \cos \varphi > 0$$

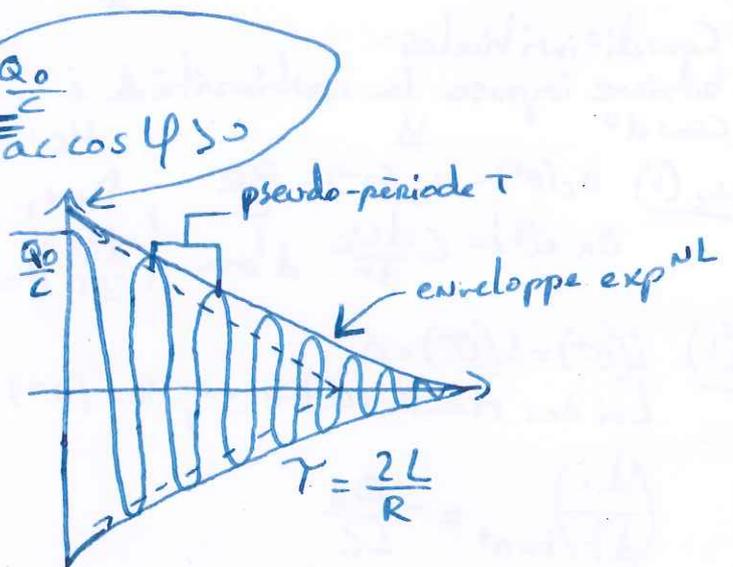
$$\text{ou} \quad \varphi = \text{Arctan}\left(-\frac{R}{2L \omega}\right)$$

$$u_c(t) = A e^{-\frac{Rt}{2L}} \cos(\omega t + \varphi)$$

Cela correspond au régime pseudo-oscillatoire
enveloppe exp^{nl}

$$\text{La pseudo-période } T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{ac} \quad \omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2}$$

$$\text{pseudo-pulsation } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$



$$E(t+\tau) = e^{-\frac{2\tau}{T}} E(t)$$

$$\Delta E = E(t) (1 - e^{-\frac{2\tau}{T}}) \Rightarrow \boxed{1 - e^{-\frac{2\tau}{T}} = \frac{\Delta E}{E}} \rightarrow \text{Perte relative en } E$$

Si l'amortissement est faible $(\Rightarrow \tau \gg T \Rightarrow \frac{2\tau}{T} \ll 1)$

Développement limité à l'ordre 1 de e^x : $1+x$ pour $|x| \ll 1$

$$\frac{\Delta E}{E} \approx 1 - (1 - \frac{2\tau}{T}) \approx \frac{2\tau}{T} \quad (T = \text{pseudo-période}, \frac{T}{2} = \frac{L}{R} \text{ tps caractéristique d'amortissement en } E)$$

$$\rightarrow \tau_E = \frac{\tau \text{ Amplitude}}{2}$$

Pour un bon oscillateur (amortissement faible)

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\tau}{T} \ll 1 \text{ so } \tau = \frac{2L}{R} \quad \text{et } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2 \times \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}}{\frac{2L}{R}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{L}{R^2C} - \frac{1}{4}}} = \frac{2\pi}{Q} \rightarrow \text{Facteur de qualité de l'oscillateur}$$

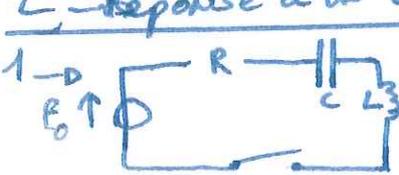
Régime $\tau \gg T$, $(\frac{4L^2}{R^2}) \gg \frac{4\pi^2}{\omega_0^2 - \frac{R^2}{4L^2}}$

$$\omega_0^2 \frac{4L^2}{R^2} - 1 \gg 4\pi^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{L}{R^2C} \gg \frac{1}{4} \\ \omega_0^2 \frac{4L^2}{R^2} \gg 10 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\Delta E}{E} \approx \frac{2\pi}{\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}} \text{ so } \frac{\Delta E}{E} \approx \frac{2\pi}{\omega_0 L/R}$$

Expression de $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 \frac{L}{R}$

$\rightarrow Q$ est sans dimension, $Q = 2\pi \frac{E}{\Delta E}$, + Q est élevée, meilleure est l'oscillateur

2. Réponse à un échelon de tension



$P_R < 0$, k est au vent, C est déchargé
 $P_R > 0$, d'après la loi des mailles

$$E_0 = R i + u_C + L \frac{di}{dt}$$

$$E_0 = R C \frac{du_C}{dt} + u_C + LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{E_0}{LC}$$

Or $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (pulsation propre) et $Q = \frac{L\omega_0}{R} \rightarrow$ facteur de qualité

D'où $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E_0$