404 Let n be a natural variable. You are given the refinement

$$P \Leftarrow \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0.\ P \textbf{ else } ok \textbf{ fi}$$

Using recursive construction, find P. You may ignore time.

After trying the question, scroll down to the solution.

§

$P_0 = \top$

$P_1 = \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0.\ \top \textbf{ else } ok \textbf{ fi}$ definition of . and *ok*

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge \top \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ for n'' use 1

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \top \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ one case

$= n{=}0 \vee n'{=}n$

$P_2 = \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0.\ n{=}0 \vee n'{=}n \textbf{ else } ok \textbf{ fi}$ definition of . and *ok*

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge (n''{=}0 \vee n'{=}n'') \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ context

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge (\bot \vee n'{=}n'') \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ identity

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge n'{=}n'' \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ one-point

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0 \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ case analysis

$= n{=}0 \wedge n'{>}0 \ \vee\ n{>}0 \wedge n'{=}n$

$P_3 = \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0.\ n{=}0 \wedge n'{>}0 \ \vee\ n{>}0 \wedge n'{=}n \textbf{ else } ok \textbf{ fi}$ definition of . and *ok*

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge (n''{=}0 \wedge n'{>}0 \ \vee\ n''{>}0 \wedge n'{=}n'') \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ context

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge (\bot \wedge n'{>}0 \ \vee\ \top \wedge n'{=}n'') \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ base, identity

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge (\bot \ \vee\ n'{=}n'') \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ identity

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } \exists n''{\cdot}\ n''{>}0 \wedge n'{=}n'' \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$ one-point

$= \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0 \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$

$= P_2$

We have found solution $P = \textbf{if } n{=}0 \textbf{ then } n'{>}0 \textbf{ else } n'{=}n \textbf{ fi}$